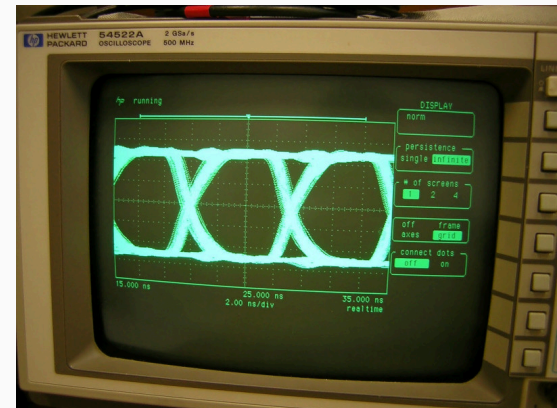


Sistemas de Comunicação

Comunicação digital em banda passante



Prof. Roberto Wanderley da Nóbrega

Instituto Federal de Santa Catarina

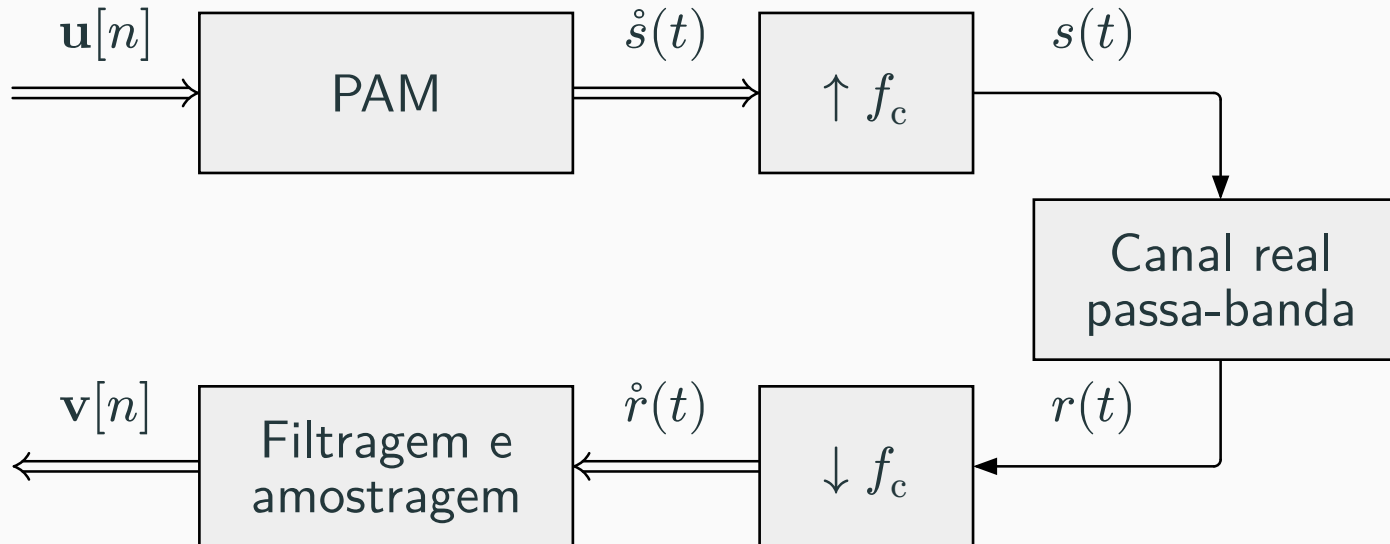
PAM complexo

PAM complexo

Suponha que o sinal equivalente em banda base seja da forma “PAM”, isto é,

$$\dot{s}(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathbf{u}[n] p(t - nT_s),$$

onde $\mathbf{u}[n]$ é uma *sequência de números complexos* e $p(t)$ um pulso real qualquer.



Canal equivalente em banda base

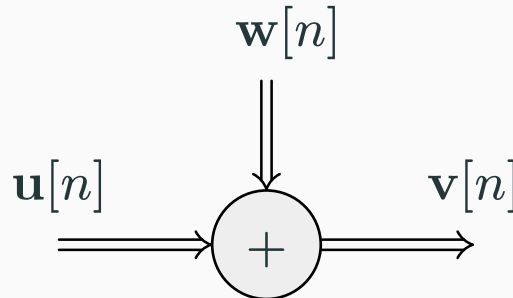
Analogamente ao caso real, no caso de filtragem casada e pulso equivalente satisfazendo a condição para ISI nula, temos

$$\mathbf{v}[n] = \mathbf{u}[n] + \mathbf{w}[n],$$

onde $\mathbf{w}[n] = \mathbf{w}_I[n] + j\mathbf{w}_Q[n]$ é ruído gaussiano branco discreto complexo, com

$$\mathbf{w}_I[n] \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Normal}(0, N_0/2) \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_Q[n] \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Normal}(0, N_0/2),$$

sendo $\mathbf{w}_I[n]$ e $\mathbf{w}_Q[n]$ independentes entre si.



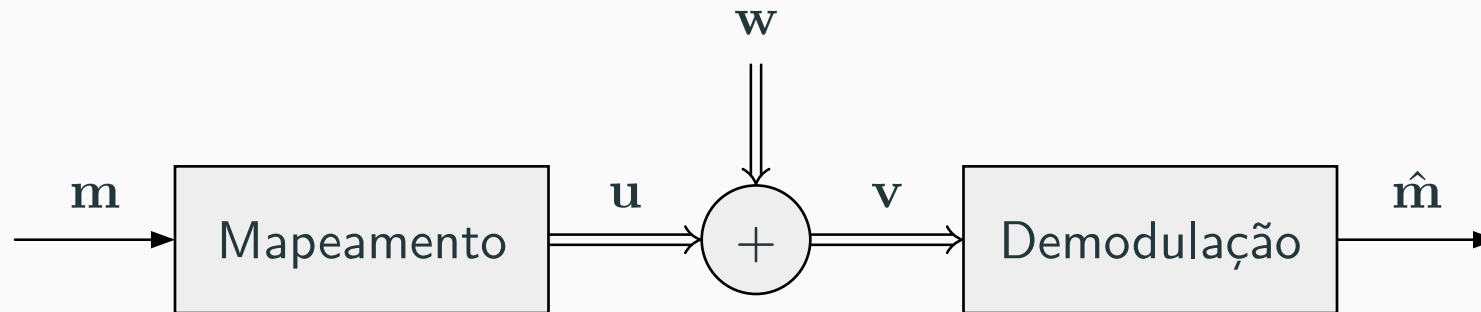
Constelações complexas

Constelações complexas

Voltando nossa atenção para comunicação digital e lembrando as constelações M -PAM...

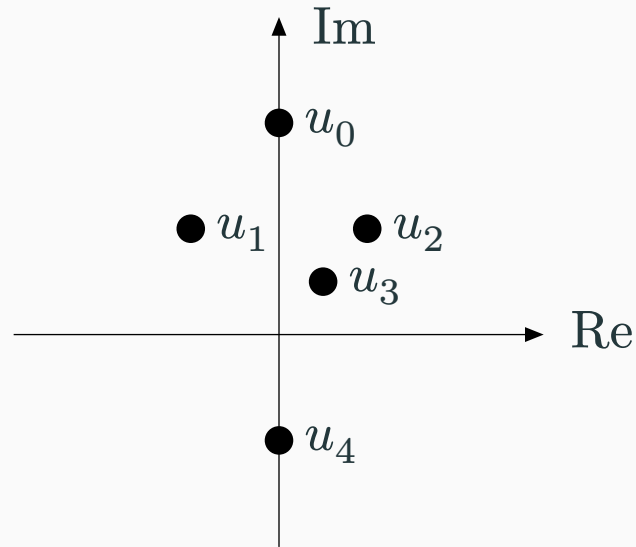


A ideia é, novamente, generalizar de real para complexo.



Exercício 1

Considere a constelação $\mathcal{U} = [j4, -2 + j2, 2 + j2, 1 + j1, -j2]$ mostrada abaixo.



- Determine a média e a energia média da constelação, supondo mensagens equiprováveis.
- Supondo a sequência de mensagens $\mathbf{m}[n] = [0, 1, 1, 4, 3\dots]$, esboce as componentes em fase e em quadratura, bem como a amplitude e a fase instantâneas. Assuma pulso retangular NRZ e taxa de símbolos de 50 kbaud.

Exercício 1

Respostas:

(a) $\mu_s = 0.2 + j1.4$ e $E_s = 7.6$.

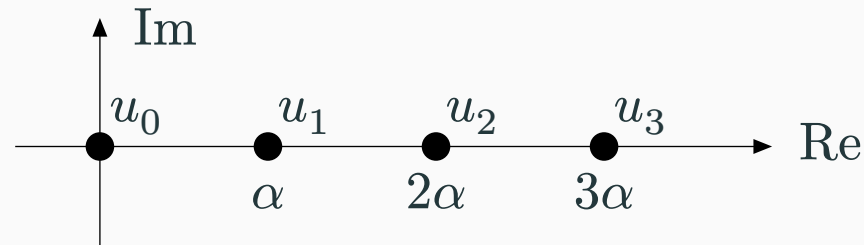
(b) –

Constelação ASK

Na **constelação M -ASK** (amplitude-shift keying) os símbolos são

$$u_i = i\alpha, \quad i \in [0 : M),$$

onde α é um valor de *amplitude base*. Por exemplo, para $M = 4$:



Observações:

- Uma alternativa seria considerar também símbolos negativos (apesar de que, nesse caso, a fase também carregaria informação).
- O caso particular $M = 2$ é conhecido como **OOK** (on-off keying).

Constelação ASK

Para a constelação M -ASK com símbolos equiprováveis, a *média* é dada por

$$\mu_s = \alpha \frac{M - 1}{2},$$

a *energia média* é dada por

$$E_s = \alpha^2 \frac{(M - 1)(2M - 1)}{6},$$

e a *distância mínima* é dada por

$$d_{\min} = \frac{\alpha}{2}.$$

Exercício 2

- (a) Verifique as fórmulas do slide anterior para o caso $M = 4$.
- (b) Considere um sistema de comunicação em banda passante que emprega 4-ASK com frequência da portadora de 200 kHz. O sistema transmite símbolos equiprováveis à taxa de símbolos de 50 kbaud e opera com potência média de transmissão de 0.4375 V^2 . Esboce o sinal transmitido (em banda passante) referente à sequência de mensagens $\mathbf{m}[n] = [2, 0, 1, 1]$.

Constelação PSK

Para a constelação M -PSK com símbolos equiprováveis, a *média* é dada por

$$\mu_s = 0,$$

a *energia média* é dada por,

$$E_s = \alpha^2,$$

e a *distância mínima* é dada por

$$d_{\min} = 2\alpha \sin\left(\frac{\pi}{M}\right).$$

Casos particulares de grande importância:

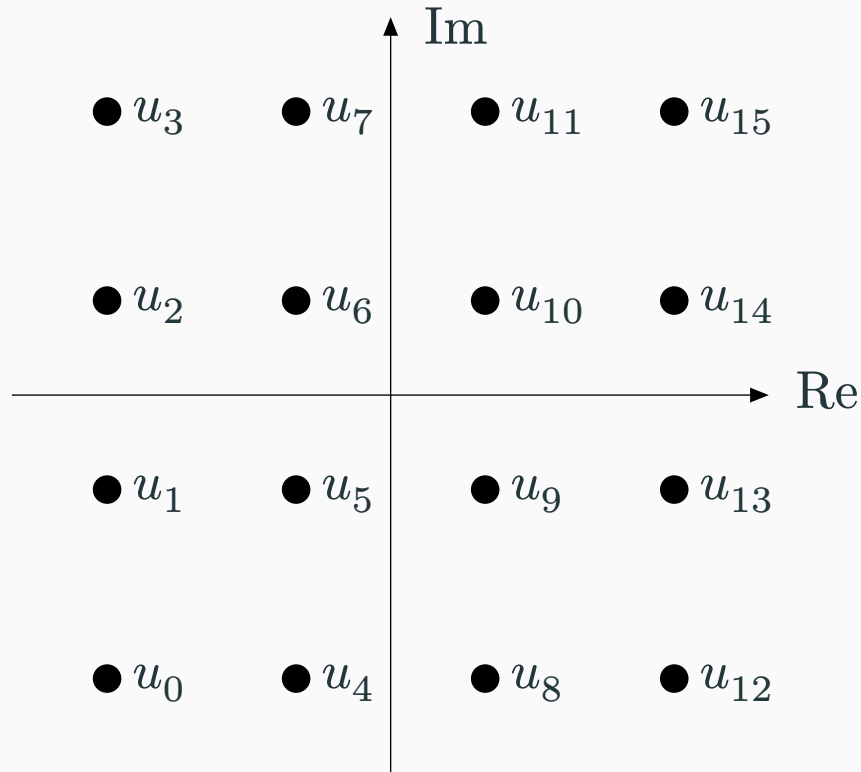
- 2-PSK ou **BPSK**: $\mathcal{U} = \{\alpha, -\alpha\}$ (constelação puramente real).
- 4-PSK ou **QPSK**: $\mathcal{U} = \{\alpha, j\alpha, -\alpha, -j\alpha\}$.

Exercício 3

- (a) Demonstre a fórmula da distância mínima do slide anterior.
- (b) Considere um sistema de comunicação em banda passante que emprega QPSK com frequência da portadora de 200 kHz. O sistema transmite símbolos equiprováveis à taxa de símbolos de 50 kbaud e opera com potência média de transmissão de 0.18 V^2 . Esboce o sinal transmitido (em banda passante) referente à sequência de mensagens $\mathbf{m}[n] = [2, 0, 1, 1]$.

Constelação QAM uniforme

A **constelação QAM** (quadrature amplitude modulation) **retangular** é definida pelo produto de duas constelações PAM uniformes. Por exemplo, para $M = 16$:



Assim como no caso real, a demodulação pode ser:

- *Soft*, na qual a saída do demodulador é a pmf a posteriori de \mathbf{m} , dado \mathbf{v} ; ou
- *Hard*, na qual a saída do demodulador é a mensagem $\hat{\mathbf{m}}$ mais provável, dado \mathbf{v} .

Para demodulação hard, e no caso particular de \mathbf{m} uniforme, temos novamente que o *demodulador de mínima distância euclidiana* é ótimo:

$$\hat{\mathbf{m}} = \underset{m}{\operatorname{argmin}} |v - u_m|.$$

Probabilidade de erro de símbolo

- Para M -ASK:
- Para M -PSK:
- Para M -QAM:

Aproximação de vizinhos

Uma aproximação popular para a probabilidade de erro de símbolo, válida para alta SNR, é dada por

$$P_s \approx VQ \left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2N_0}} \right),$$

onde d_{\min} é a *distância mínima* da constelação V é o *número médio de vizinhos* da constelação.

Modulação FSK

Os sinais transmitidos são da forma

$$s_i(t) = A \cos(2\pi f_i t) p(t),$$

para $i \in [0 : M)$, onde $f_0 < f_1 < \dots < f_{M-1}$ são valores positivos de frequências.

Vamos considerar apenas o caso em que as frequências estão igualmente espaçadas. Seja Δf . Neste caso,

$$s_i(t) = A \cos(2\pi(f_0 + i\Delta f)t)p(t).$$

Temos

$$\begin{aligned}s_i(t) &= A \cos(2\pi(f_0 + i\Delta f)t)p(t) \\ &= \operatorname{Re}\{A \exp(j2\pi(f_0 + i\Delta f)t)p(t)\} \\ &= \operatorname{Re}\{A \exp(j2\pi i\Delta ft)p(t) \exp(j2\pi f_0 t)\}.\end{aligned}$$

Portanto, a representação em banda base referente à frequência f_0 é

$$\mathring{s}_i(t) = A \exp(j2\pi i\Delta ft)p(t).$$

Referências

Referências

- [1] R. G. Gallager, *Principles of Digital Communication*. Cambridge University Press, 2008.
- [2] S. Haykin, *Communication Systems*, 4^o ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [3] B. P. Lathi e Z. Ding, *Modern Digital and Analog Communication Systems*, 4^o ed. Oxford University Press, 2009.
- [4] J. G. Proakis e M. Salehi, *Digital Communications*, 5^o ed. McGraw Hill, 2008.