



## Sistemas de Comunicação I

Engenharia de Telecomunicações

Professor: Roberto Wanderley da Nóbrega

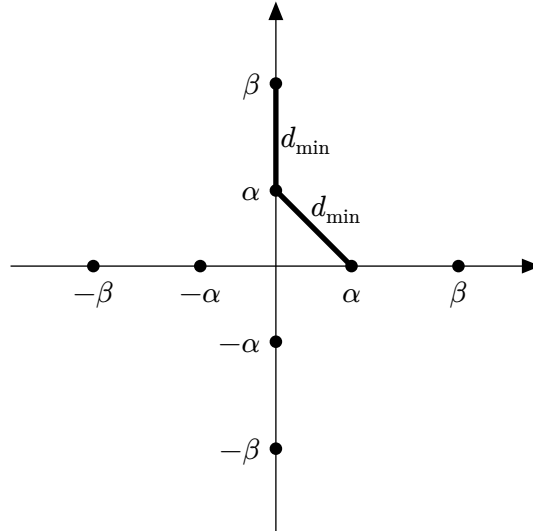
Semestre: 2026.1

### Lista de exercícios 4

1. Considere a constelação complexa  $\mathcal{U} = \{-1 - j1, 1 - j1, 0, j1, j2\}$ .
  - (a) Esboce a constelação.
  - (b) Determine a média e a energia média da constelação, supondo mensagens equiprováveis.
  - (c) Supondo a sequência de mensagens  $\mathbf{m}[n] = [0, 1, 1, 4, 3\dots]$ , esboce as componentes em fase e em quadratura, bem como a amplitude e a fase instantâneas. Assuma pulso retangular NRZ e taxa de símbolos de 50 kbaud.
2. Considere um sistema em banda passante que transmite bits à taxa de 100 kbit/s. Assumindo pulso retangular NRZ e sequência de bits 11001011, esboce a representação em banda base (envoltória complexa) do sinal modulado, bem como o sinal modulado em banda passante considerando frequência da portadora de  $f_c = 200$  kHz, para:
  - (a) OOK (2-ASK com uma amplitude nula e outra positiva).
  - (b) 4-ASK (uma amplitude nula e três positivas) com mapeamento espelhado.
  - (c) BPSK.
  - (d) QPSK com mapeamento espelhado.
3. Utilizando a aproximação de vizinhos, determine uma fórmula para a probabilidade de erro de símbolo em função de  $E_s/N_0$ , válida para alta SNR, considerando as modulações abaixo:
  - (a) 8-ASK (uma amplitude nula e sete positivas).
  - (b) 16-PSK.
  - (c) 64-QAM.
  - (d)  $M$ -FSK ortogonal.

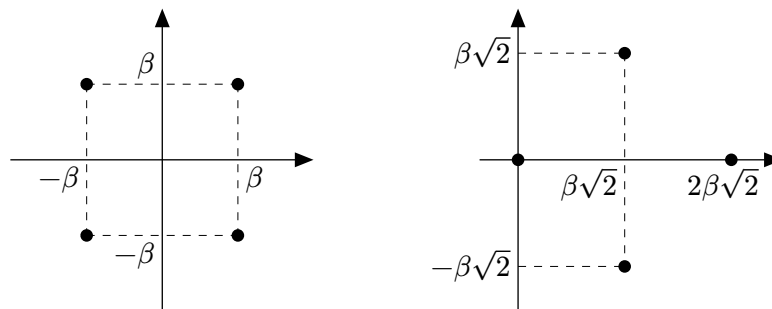


4. Considere a constelação abaixo, em que  $0 < \alpha < \beta$ . Suponha símbolos equiprováveis.



- (a) Determine a energia média da constelação,  $E_s$ , em termos de  $\alpha$ .
- (b) Determine uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolo,  $P_s$ , em função de  $E_s/N_0$ , válida para alta SNR.
- (c) Determine uma rotulagem binária que satisfaça a propriedade de Gray: símbolos vizinhos devem diferir de apenas um bit.

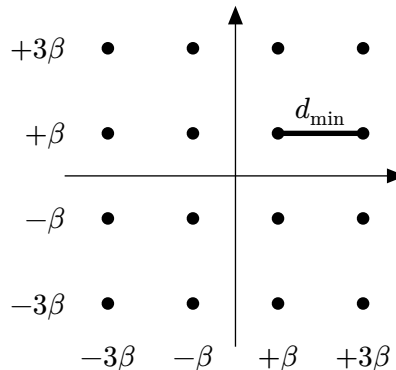
5. Considere as duas constelações mostradas abaixo. Note que uma pode ser obtida a partir da outra através de uma rotação seguida de uma translação.



- (a) As duas constelações apresentam a mesma probabilidade de erro de símbolo? Justifique sua resposta.
- (b) Determine a energia média de símbolo de cada constelação. Em seguida, responda: qual das duas constelações é melhor em termos exclusivamente do compromisso entre potência vs probabilidade de erro?



6. Considere a modulação 16-QAM, cuja constelação está mostrada abaixo.



- Determine a energia média de símbolo,  $E_s$ , em função da constante  $\beta$ .
  - Determine  $d_{\min}$ , a distância entre vizinhos, em função de  $E_s$ .
  - Determine  $V$ , o número médio de vizinhos dos pontos da constelação.
  - Determine uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolo,  $P_s$ , em função de  $E_s/N_0$ , válida para alta SNR.
  - Determine uma rotulagem bits-para-símbolos que satisfaça a propriedade de Gray: símbolos vizinhos devem diferir de apenas um bit.
  - Determine uma aproximação para a probabilidade de erro de bit,  $P_b$ , em função de  $E_b/N_0$ , válida para alta SNR, assumindo a rotulagem do item anterior.
7. Considere um sistema de comunicação em banda passante que emprega 16-QAM, com potência recebida de 200 mW, BER alvo de  $10^{-4}$  e densidade espectral de potência do ruído de  $N_0 = 10^{-9}$  W/Hz.
- Determine a SNR de bit  $E_b/N_0$  no receptor, em dB.
  - Determine a máxima taxa de bits possível.
8. Considere um sistema de comunicação em banda passante que emprega 4-FSK com espaçamento uniforme simétrico entre frequências adjacentes de  $\Delta f = 20$  kHz. O sistema transmite bits à taxa de 50 kbit/s. Assuma a sequência de bits 10110010 e rotulagem binária natural.
- O FSK utilizado é ortogonal? Justifique sua resposta.
  - Esboce a frequência instantânea  $f_i(t)$  do sinal modulado.
  - Esboce a fase instantânea  $\theta(t)$ , considerando reinício de fase a cada novo símbolo.
  - Esboce a fase instantânea  $\theta(t)$ , considerando agora o caso CPFSK.



9. Considere um sistema de comunicação em banda passante que emprega 4-FSK ortogonal, com potência recebida de  $P = 500 \text{ mW}$ , taxa de bits de  $R_b = 400 \text{ kbit/s}$  e densidade espectral de potência do ruído de  $N_0 = 10^{-7} \text{ W/Hz}$ .

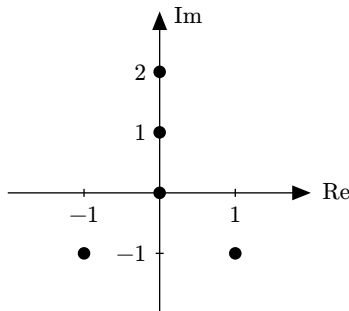
- (a) Determine a SNR de bit  $E_b/N_0$  no receptor, em dB.
- (b) Determine a BER do sistema assumindo detecção coerente.

10. Determine a probabilidade de erro de bit dos esquemas binários abaixo considerando potência recebida de  $P = 500 \text{ mW}$ , taxa de bits de  $R_b = 200 \text{ kbit/s}$  e densidade espectral de potência do ruído de  $N_0 = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ W/Hz}$ . Assuma detecção coerente.

- (a) BPSK.
- (b) OOK (2-ASK com uma amplitude nula e outra positiva).
- (c) BFSK ortogonal.

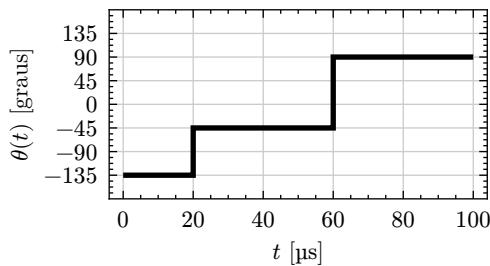
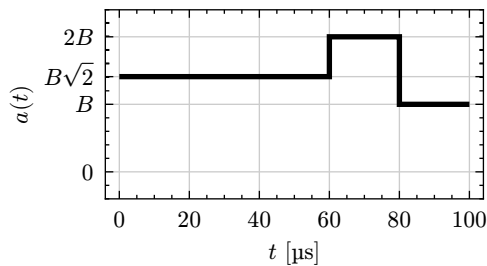
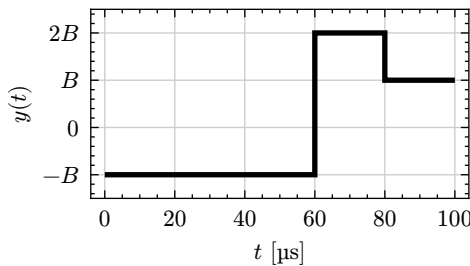
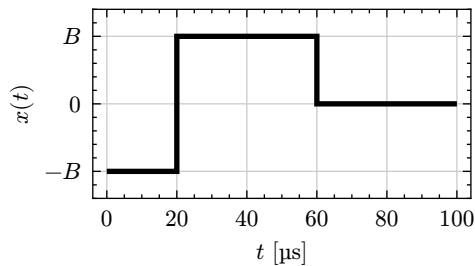
## Respostas

1. (a)



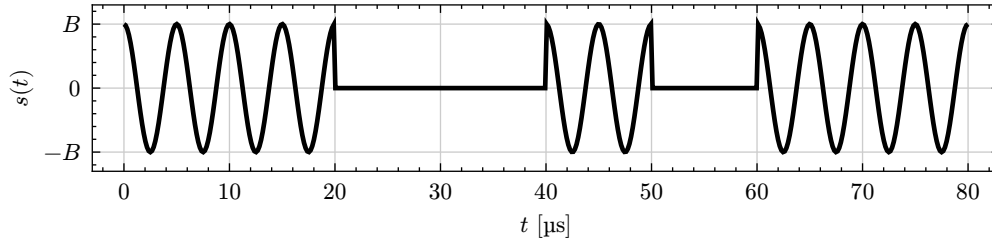
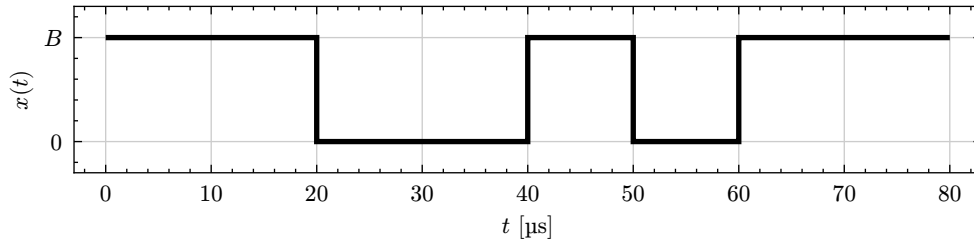
(b)  $\mu_s = 0.2j$  e  $E_s = 1.8$ .

(c)

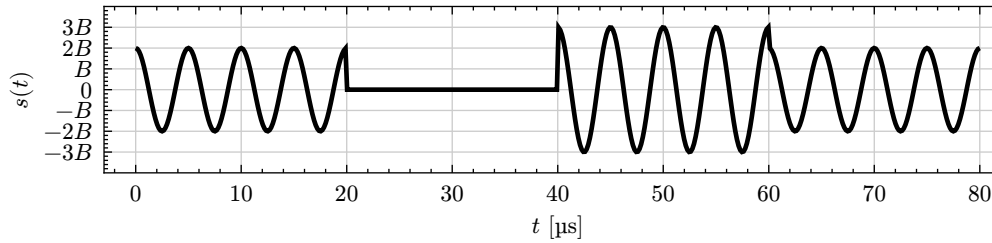
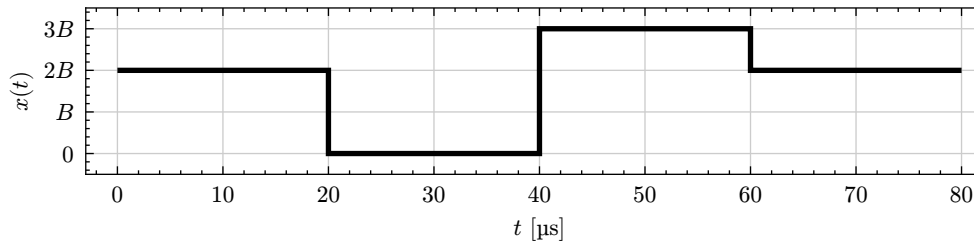




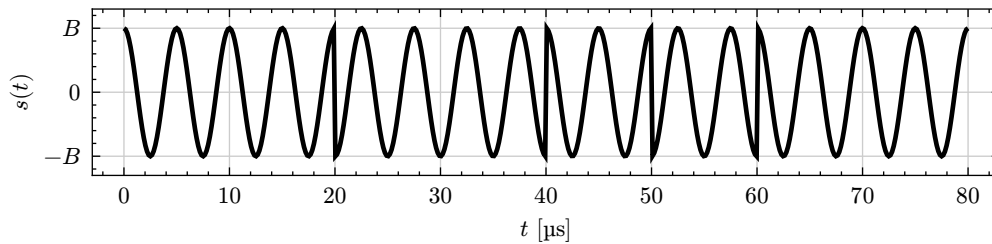
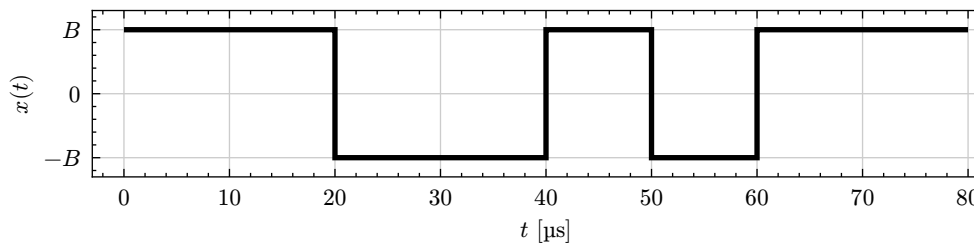
2. (a)

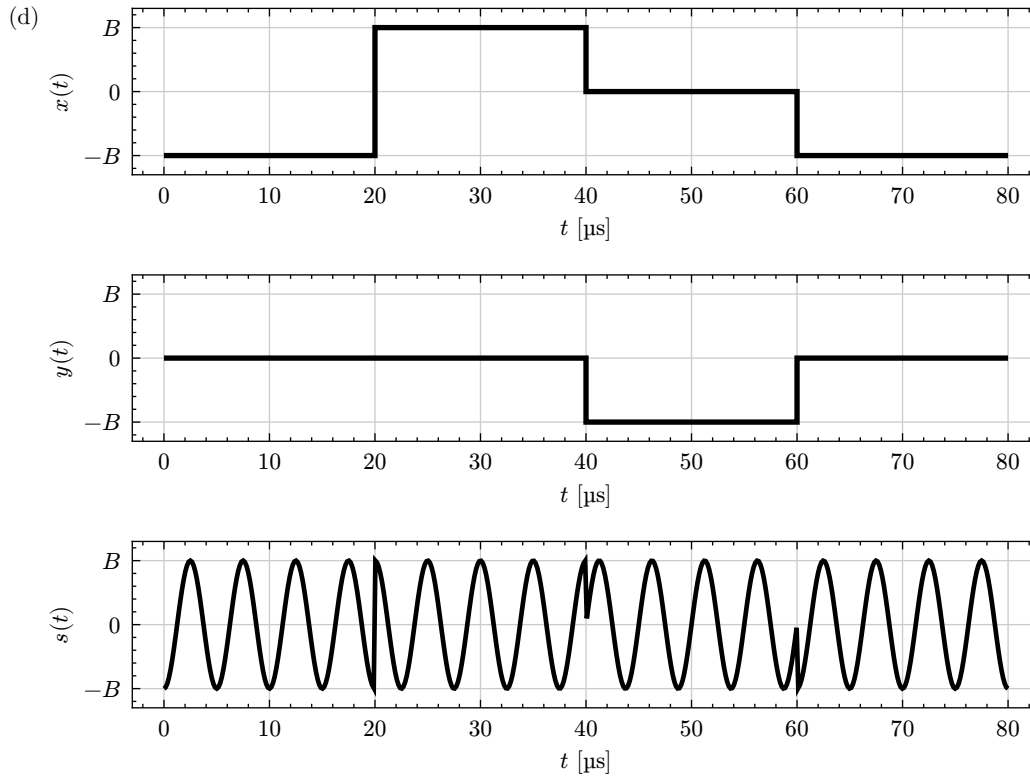


(b)



(c)





3. (a)  $P_s \approx \frac{7}{4} Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{35N_0}} \right)$ .

(b)  $P_s \approx 2 Q \left( \sqrt{\frac{2 \sin^2(\pi/16) E_s}{N_0}} \right)$ .

(c)  $P_s \approx \frac{7}{2} Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{21N_0}} \right)$ .

(d)  $P_s \approx (M-1) Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right)$ .

4. (a)  $E_s = \alpha^2 (2 + \sqrt{2})$ .

(b)  $P_s \approx 2 Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{(2 + \sqrt{2})N_0}} \right)$ .

(c) —

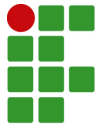
5. (a) Sim, mesma  $P_s$ .

(b)  $E_s = 2\beta^2$  (esquerda) e  $E_s = 4\beta^2$  (direita). A da esquerda é melhor (gasta 3 dB a menos de energia).

6. (a)  $E_s = 10\beta^2$ .

(b)  $d_{\min} = \sqrt{\frac{2E_s}{5}}$ .

(c)  $V = 3$ .



(d)  $P_s \approx 3Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{5N_0}} \right)$ .

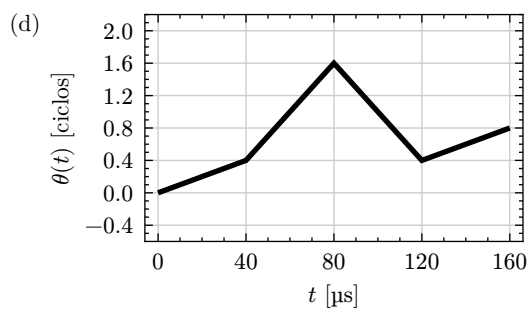
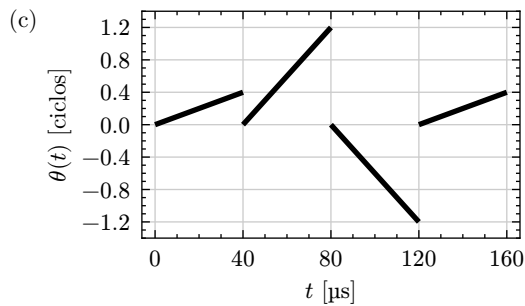
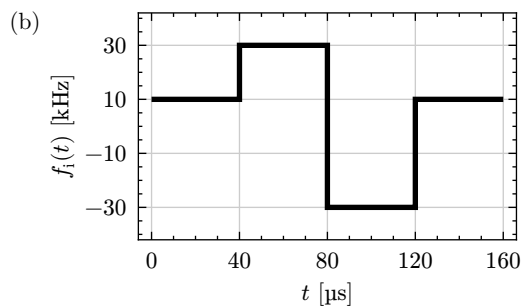
(e) —

(f)  $P_b \approx \frac{3}{4}Q \left( \sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}} \right)$ .

7. (a)  $E_b/N_0 = 12.2$  dB.

(b)  $R_b = 12.0$  Mbit/s.

8. (a) Não é ortogonal.



9. (a)  $E_b/N_0 = 11.0$  dB.

(b)  $P_b = 5.73 \cdot 10^{-7}$ .

10. (a)  $7.83 \cdot 10^{-4}$ .

(b)  $1.27 \cdot 10^{-2}$ .

(c)  $1.27 \cdot 10^{-2}$ .