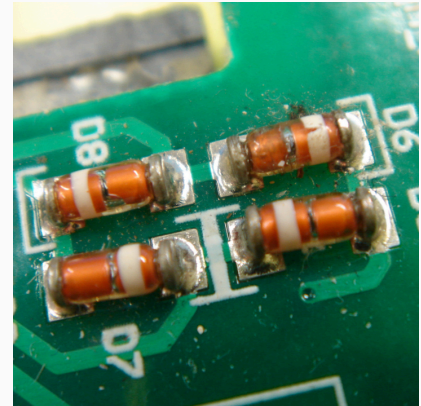


Eletrônica Aplicada

Amplificador operacional



Prof. Roberto Wanderley da Nóbrega

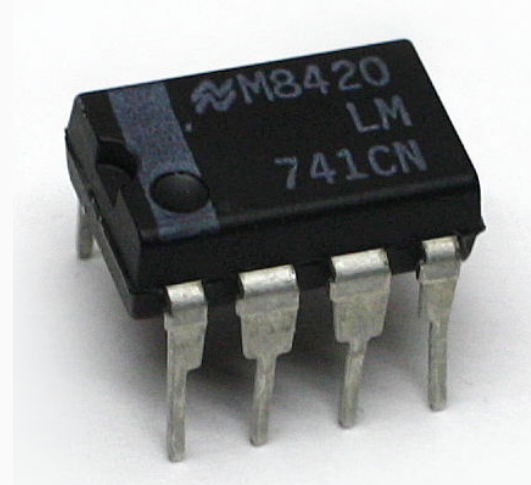
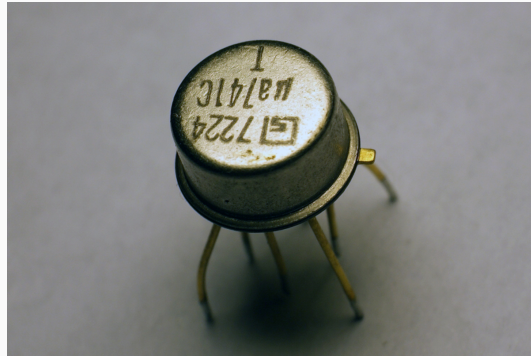
Instituto Federal de Santa Catarina

Introdução



Introdução

O **amplificador operacional** (ampop) foi inventado por Karl D. Swartzel Jr. (1907–1998), na Bell Labs.

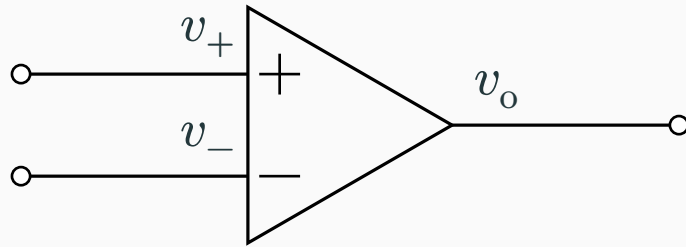


One of the reasons for the popularity of the op amp is its versatility. As we will shortly see, one can do almost anything with op amps!

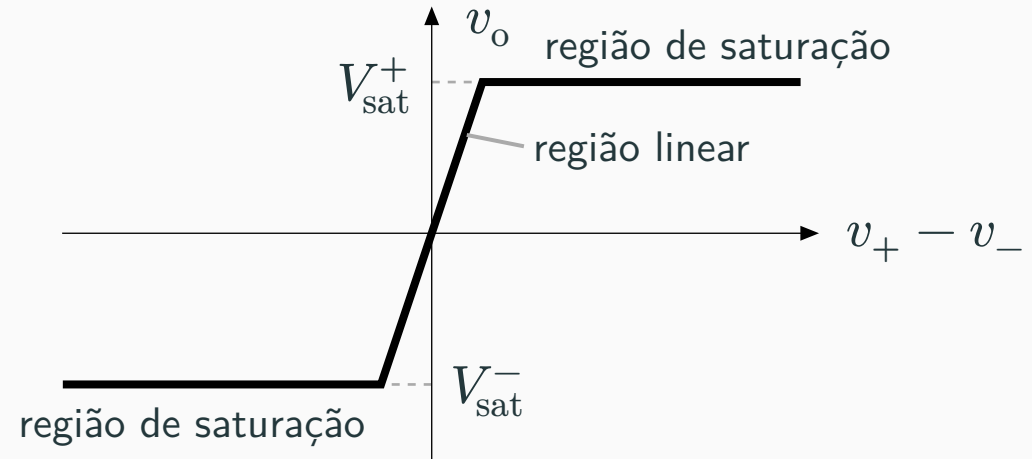
— Sedra–Smith [2].

Modelo matemático

O **ampop** é um dispositivo com terminais e curva característica abaixo.



- v_+ : entrada não-inversora.
- v_- : entrada inversora.
- v_o : saída.
- V_{sat}^+ : tensão de saturação positiva.
- V_{sat}^- : tensão de saturação negativa.



Ganho em malha aberta e ampop ideal

Na região linear, a saída é proporcional à diferença entre as entradas:

$$v_o = A(v_+ - v_-).$$

Fora dela, v_o satura em V_{sat}^+ ou V_{sat}^- .

O parâmetro A é chamado de **ganho em malha aberta**, correspondendo à inclinação da reta na região linear. Na prática, A fica entre 10^5 e 10^6 .

No **ampop ideal**:

- a resistência de entrada é *infinita*;
- a resistência de saída é *nula*;
- o ganho em malha aberta é *infinito*: $A \rightarrow \infty$.

Ampop com realimentação negativa

Curto-circuito virtual

Na região linear, e supondo que a saída v_o seja finita,

$$v_o = A(v_+ - v_-) \implies v_+ - v_- = \frac{v_o}{A} \approx 0 \implies v_+ \approx v_-.$$

Este é o chamado **curto-circuito virtual**: as duas entradas ficam praticamente no mesmo potencial, embora não estejam ligadas uma à outra.

Curto-circuito virtual

Na região linear, e supondo que a saída v_o seja finita,

$$v_o = A(v_+ - v_-) \implies v_+ - v_- = \frac{v_o}{A} \approx 0 \implies v_+ \approx v_-.$$

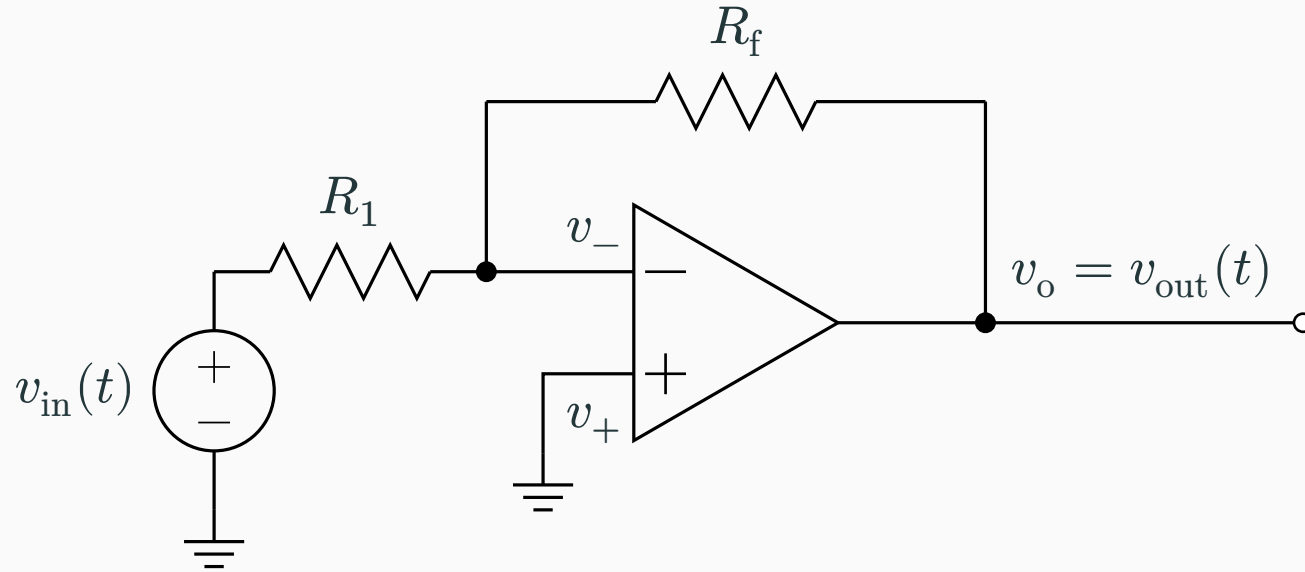
Este é o chamado **curto-circuito virtual**: as duas entradas ficam praticamente no mesmo potencial, embora não estejam ligadas uma à outra.

Usaremos também o fato de que as entradas do ampop ideal não drenam corrente:

$$i_+ \approx 0 \quad \text{e} \quad i_- \approx 0.$$

Atenção: O curto-circuito virtual só vale quando há realimentação *negativa*. Voltaremos a esse ponto adiante.

Amplificador inversor



Lei de Kirchhoff das correntes no nó da entrada inversora:

$$\frac{v_- - v_{in}}{R_1} + \frac{v_- - v_{out}}{R_f} + i_- = 0.$$

Amplificador inversor: Análise

Pelo curto-circuito virtual, $v_- = v_+ = 0$; além disso, $i_- = 0$. Logo,

$$-\frac{v_{\text{in}}}{R_1} - \frac{v_{\text{out}}}{R_f} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{v_{\text{in}}}{R_1} = \frac{v_{\text{out}}}{R_f},$$

e portanto

$$v_{\text{out}}(t) = -\frac{R_f}{R_1} v_{\text{in}}(t).$$

O sinal negativo justifica o nome do circuito: a saída é uma cópia amplificada e *invertida* da entrada.

Exemplo

Considere um amplificador inversor com $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ e $V_{\text{sat}}^{\pm} = \pm 15 \text{ V}$, e seja $v_{\text{in}}(t)$ uma senoide de amplitude 1 V . Determine a saída $v_{\text{out}}(t)$ para (a) $R_f = 5 \text{ k}\Omega$ e (b) $R_f = 20 \text{ k}\Omega$.

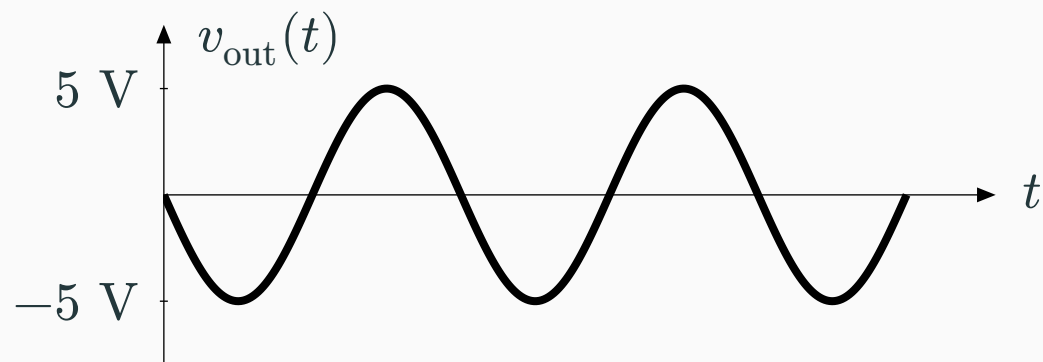
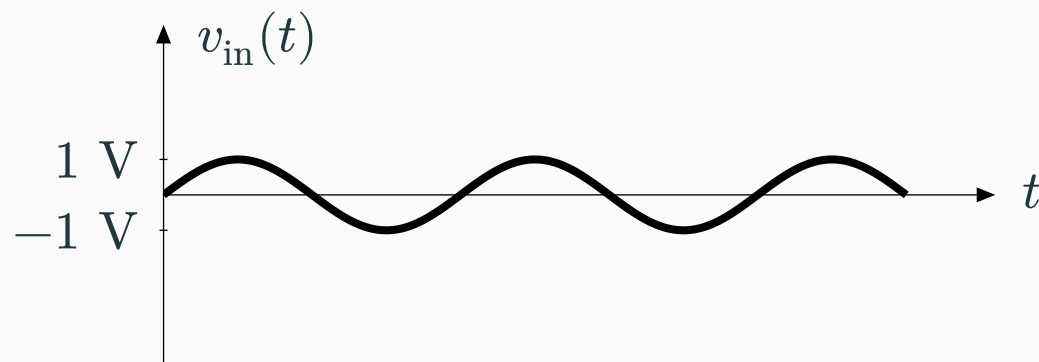
Exemplo

Considere um amplificador inversor com $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ e $V_{\text{sat}}^{\pm} = \pm 15 \text{ V}$, e seja $v_{\text{in}}(t)$ uma senoide de amplitude 1 V . Determine a saída $v_{\text{out}}(t)$ para (a) $R_f = 5 \text{ k}\Omega$ e (b) $R_f = 20 \text{ k}\Omega$.

Solução de (a): Nesse caso,

$$v_{\text{out}}(t) = -\frac{5 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega} v_{\text{in}}(t) \implies v_{\text{out}}(t) = -5v_{\text{in}}(t),$$

cuja amplitude, de 5 V , fica dentro dos limites de saturação.



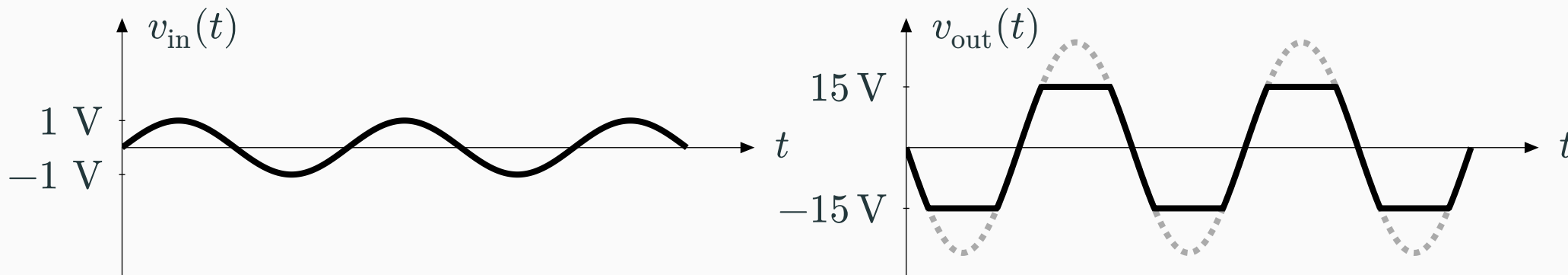
Exemplo

Considere um amplificador inversor com $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ e $V_{\text{sat}}^{\pm} = \pm 15 \text{ V}$, e seja $v_{\text{in}}(t)$ uma senoide de amplitude 1 V . Determine a saída $v_{\text{out}}(t)$ para (a) $R_f = 5 \text{ k}\Omega$ e (b) $R_f = 20 \text{ k}\Omega$.

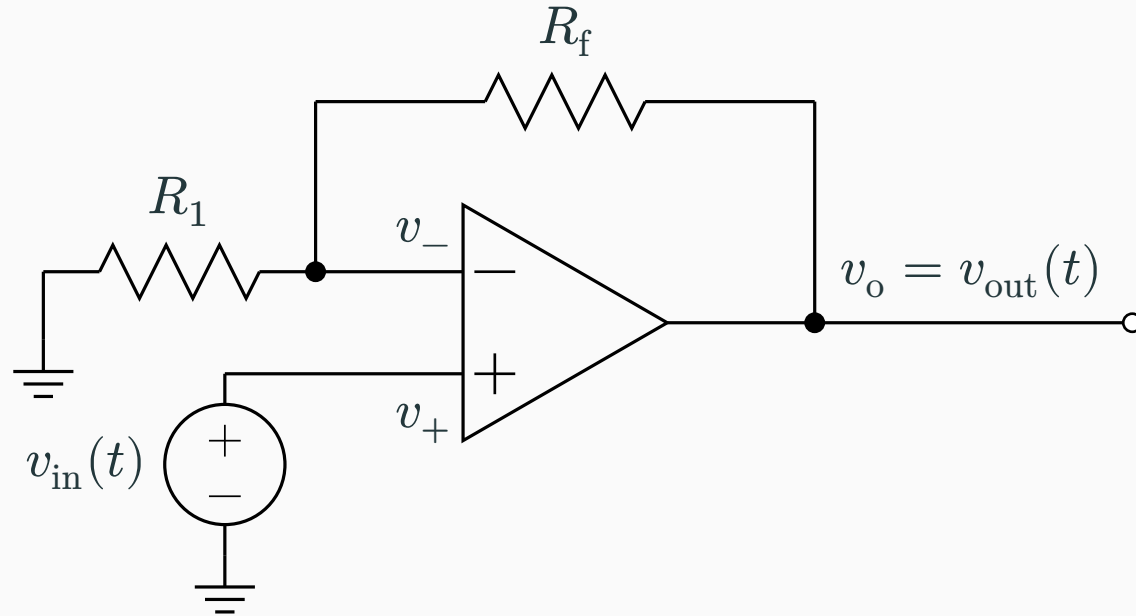
Solução de (b): Agora,

$$v_{\text{out}}(t) = -20v_{\text{in}}(t),$$

o que exigiria uma saída oscilando entre -20 e $+20 \text{ V}$. Como isso ultrapassa os níveis de saturação, a saída é *ceifada* em $\pm 15 \text{ V}$.



Amplificador não-inversor



Lei de Kirchhoff das correntes no nó da entrada inversora:

$$\frac{v_- - 0}{R_1} + \frac{v_- - v_{out}}{R_f} + i_- = 0.$$

Amplificador não-inversor: Análise

Agora o curto-circuito virtual fornece $v_- = v_+ = v_{\text{in}}$. Logo,

$$\frac{v_{\text{in}}}{R_1} + \frac{v_{\text{in}} - v_{\text{out}}}{R_f} = 0.$$

Multiplicando por R_f :

$$\frac{R_f}{R_1} v_{\text{in}} + v_{\text{in}} - v_{\text{out}} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{\text{out}} = \frac{R_f}{R_1} v_{\text{in}} + v_{\text{in}},$$

ou seja,

$$v_{\text{out}}(t) = \left(\frac{R_f}{R_1} + 1 \right) v_{\text{in}}(t).$$

Exemplo

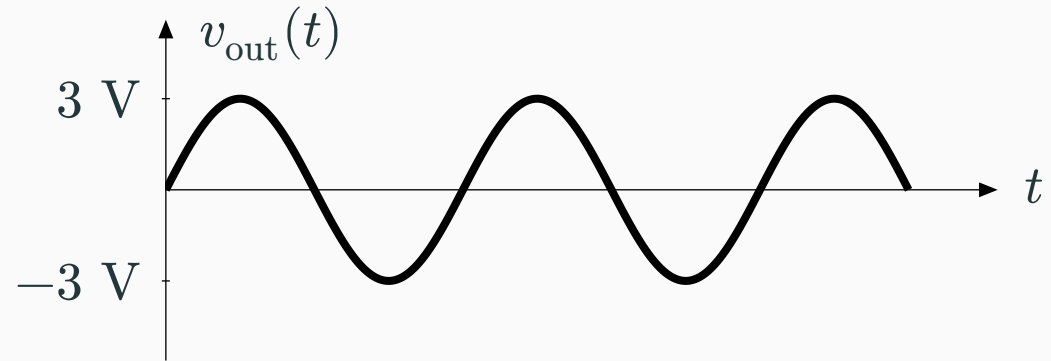
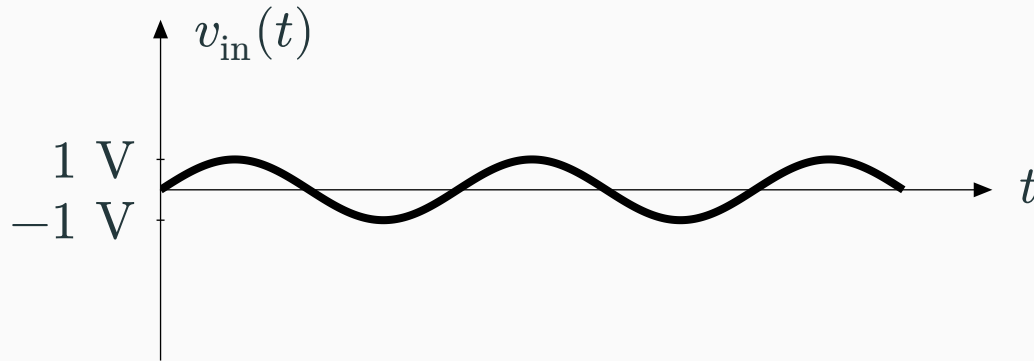
Sejam $R_f = 2\text{ k}\Omega$, $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $V_{\text{sat}}^+ = +15\text{ V}$ e $V_{\text{sat}}^- = -15\text{ V}$, e seja $v_{\text{in}}(t)$ uma senoide de amplitude 1 V . Determine a saída $v_{\text{out}}(t)$.

Exemplo

Sejam $R_f = 2 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{\text{sat}}^+ = +15 \text{ V}$ e $V_{\text{sat}}^- = -15 \text{ V}$, e seja $v_{\text{in}}(t)$ uma senoide de amplitude 1 V . Determine a saída $v_{\text{out}}(t)$.

Solução:

$$v_{\text{out}}(t) = \left(\frac{2 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega} + 1 \right) v_{\text{in}}(t) \implies v_{\text{out}}(t) = 3v_{\text{in}}(t).$$

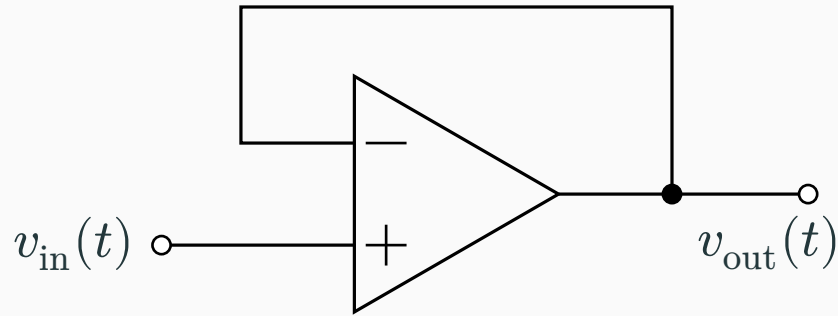


Observação: Resistência de entrada

O **amplificador inversor** *não possui* resistência de entrada infinita: a fonte v_i R_1 ligado ao terra virtual, de modo que a resistência de entrada do circuito vale R_1 .

Já o **amplificador não-inversor** *possui* resistência de entrada infinita, pois a fonte enxerga diretamente a entrada não-inversora do ampop, que não drena corrente.

Seguidor de tensão



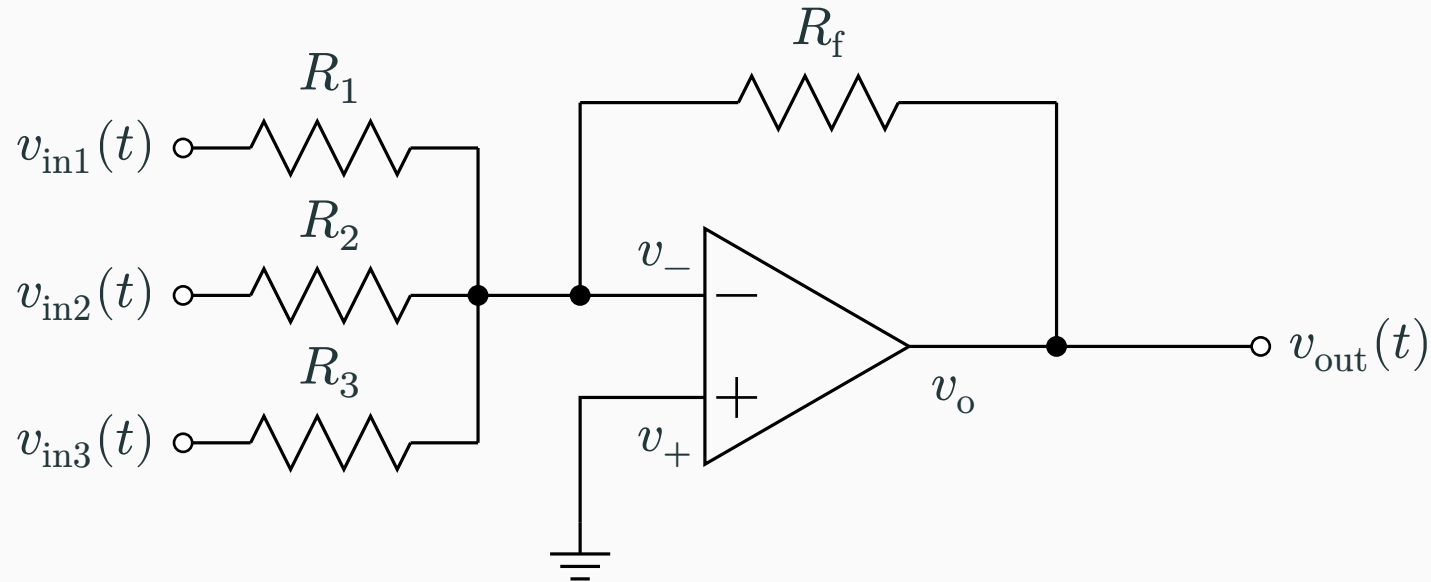
É um circuito com

$$v_{out}(t) = v_{in}(t)$$

e resistência de entrada infinita.

À primeira vista um circuito inútil, já que não amplifica nada. Sua utilidade está justamente na resistência de entrada infinita: ele isola um estágio do outro, evitando que a carga altere a tensão da fonte.

Somador inversor



Lei de Kirchhoff das correntes no nó da entrada inversora:

$$\frac{v_- - v_{in1}}{R_1} + \frac{v_- - v_{in2}}{R_2} + \frac{v_- - v_{in3}}{R_3} + \frac{v_- - v_{out}}{R_f} + i_- = 0.$$

Somador inversor: Análise

Com $v_- = v_+ = 0$ e $i_- = 0$:

$$-\frac{v_{in1}}{R_1} - \frac{v_{in2}}{R_2} - \frac{v_{in3}}{R_3} = \frac{v_{out}}{R_f},$$

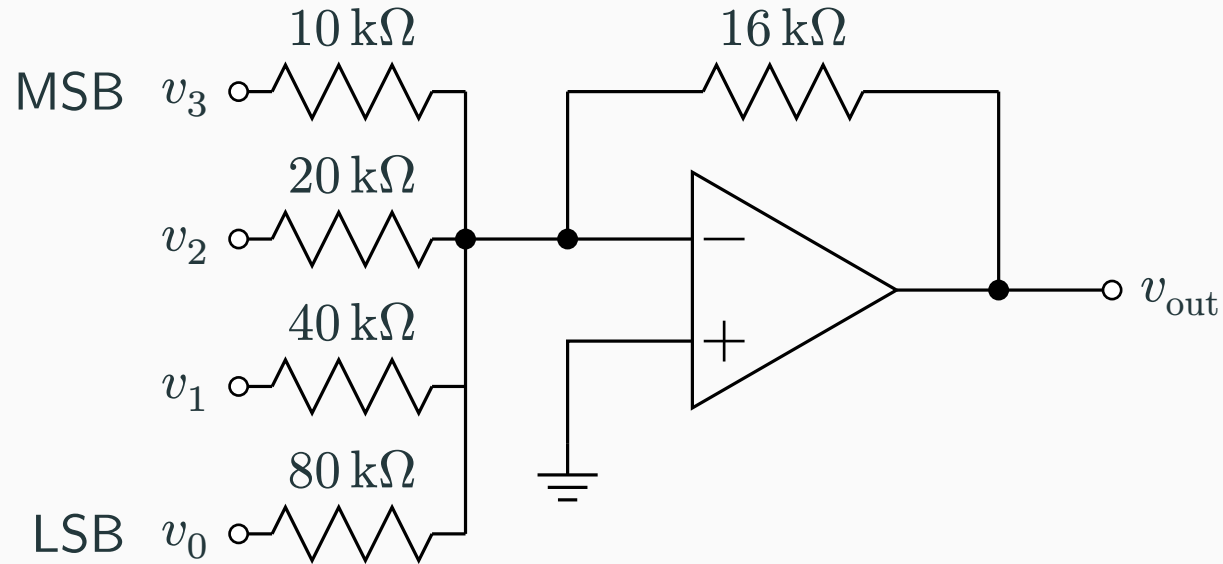
e portanto

$$v_{out}(t) = -R_f \left(\frac{v_{in1}(t)}{R_1} + \frac{v_{in2}(t)}{R_2} + \frac{v_{in3}(t)}{R_3} \right).$$

Casos particulares:

- Se $R_f = R_1 = R_2 = R_3$, então $v_{out} = -(v_{in1} + v_{in2} + v_{in3})$.
- Se $R_1 = R_2 = R_3 = 3R_f$, então $v_{out} = -(v_{in1} + v_{in2} + v_{in3})/3$.

Exemplo: Conversor digital-analógico de 4 bits



Cada entrada recebe um bit:

$$0 \mapsto 0\text{ V}, \quad 1 \mapsto 5\text{ V}.$$

$$v_{\text{out}} = -16\text{ k}\Omega \left(\frac{v_3}{10\text{ k}\Omega} + \frac{v_2}{20\text{ k}\Omega} + \frac{v_1}{40\text{ k}\Omega} + \frac{v_0}{80\text{ k}\Omega} \right) = -1.6v_3 - 0.8v_2 - 0.4v_1 - 0.2v_0.$$

Exemplo: Conversor digital-analógico de 4 bits

Entrada 0010 (isto é, o número 2): $v_3 = 0\text{ V}$, $v_2 = 0\text{ V}$, $v_1 = 5\text{ V}$ e $v_0 = 0\text{ V}$.

Exemplo: Conversor digital-analógico de 4 bits

Entrada 0010 (isto é, o número 2): $v_3 = 0\text{ V}$, $v_2 = 0\text{ V}$, $v_1 = 5\text{ V}$ e $v_0 = 0\text{ V}$.

$$v_{\text{out}} = -1.6 \cdot (0\text{ V}) - 0.8 \cdot (0\text{ V}) - 0.4 \cdot (5\text{ V}) - 0.2 \cdot (0\text{ V}) = -2\text{ V}.$$

Exemplo: Conversor digital-analógico de 4 bits

Entrada 0010 (isto é, o número 2): $v_3 = 0\text{ V}$, $v_2 = 0\text{ V}$, $v_1 = 5\text{ V}$ e $v_0 = 0\text{ V}$.

$$v_{\text{out}} = -1.6 \cdot (0\text{ V}) - 0.8 \cdot (0\text{ V}) - 0.4 \cdot (5\text{ V}) - 0.2 \cdot (0\text{ V}) = -2\text{ V}.$$

Entrada 1101 (isto é, o número 13): $v_3 = 5\text{ V}$, $v_2 = 5\text{ V}$, $v_1 = 0\text{ V}$ e $v_0 = 5\text{ V}$.

Exemplo: Conversor digital-analógico de 4 bits

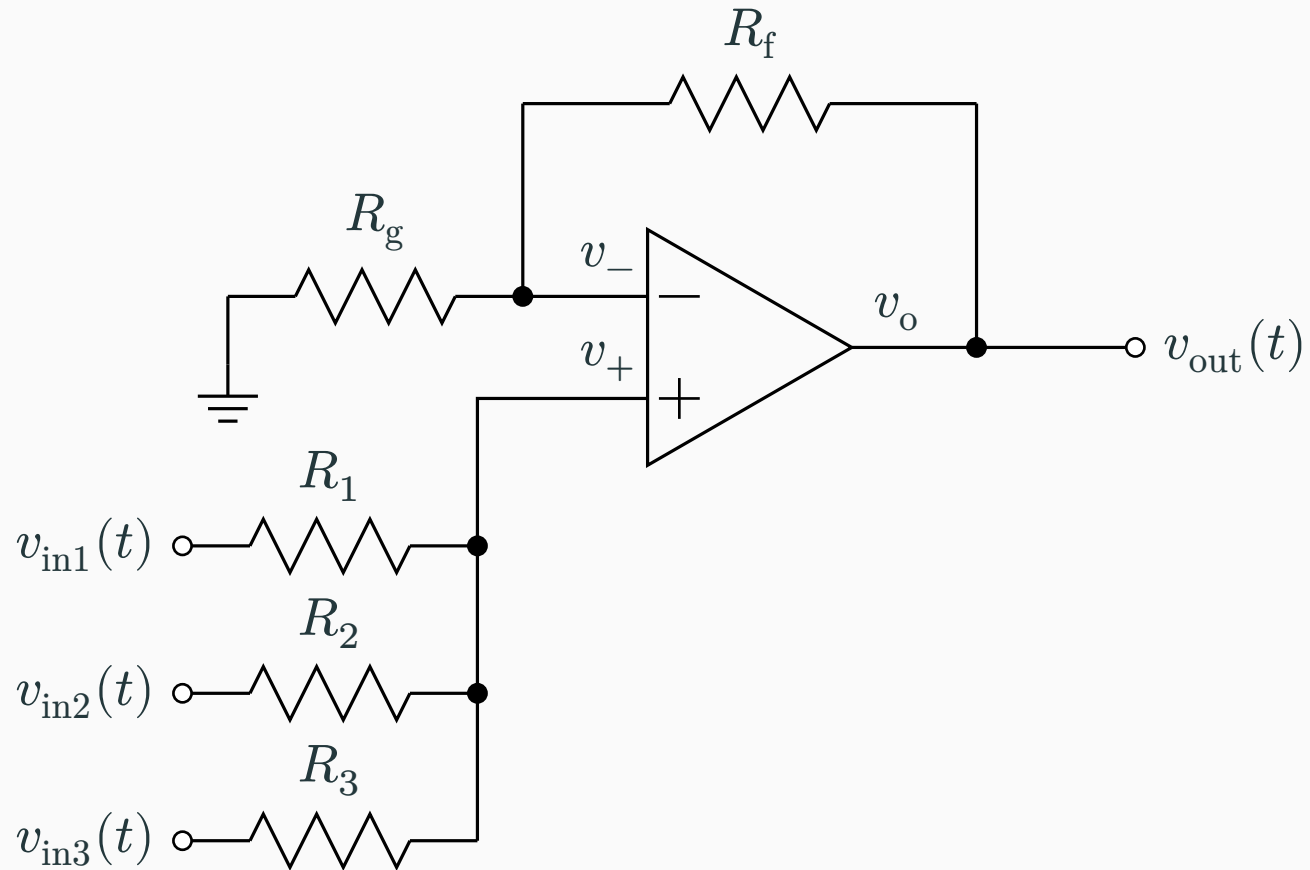
Entrada 0010 (isto é, o número 2): $v_3 = 0\text{ V}$, $v_2 = 0\text{ V}$, $v_1 = 5\text{ V}$ e $v_0 = 0\text{ V}$.

$$v_{\text{out}} = -1.6 \cdot (0\text{ V}) - 0.8 \cdot (0\text{ V}) - 0.4 \cdot (5\text{ V}) - 0.2 \cdot (0\text{ V}) = -2\text{ V}.$$

Entrada 1101 (isto é, o número 13): $v_3 = 5\text{ V}$, $v_2 = 5\text{ V}$, $v_1 = 0\text{ V}$ e $v_0 = 5\text{ V}$.

$$v_{\text{out}} = -1.6 \cdot (5\text{ V}) - 0.8 \cdot (5\text{ V}) - 0.4 \cdot (0\text{ V}) - 0.2 \cdot (5\text{ V}) = -13\text{ V}.$$

Somador não-inversor



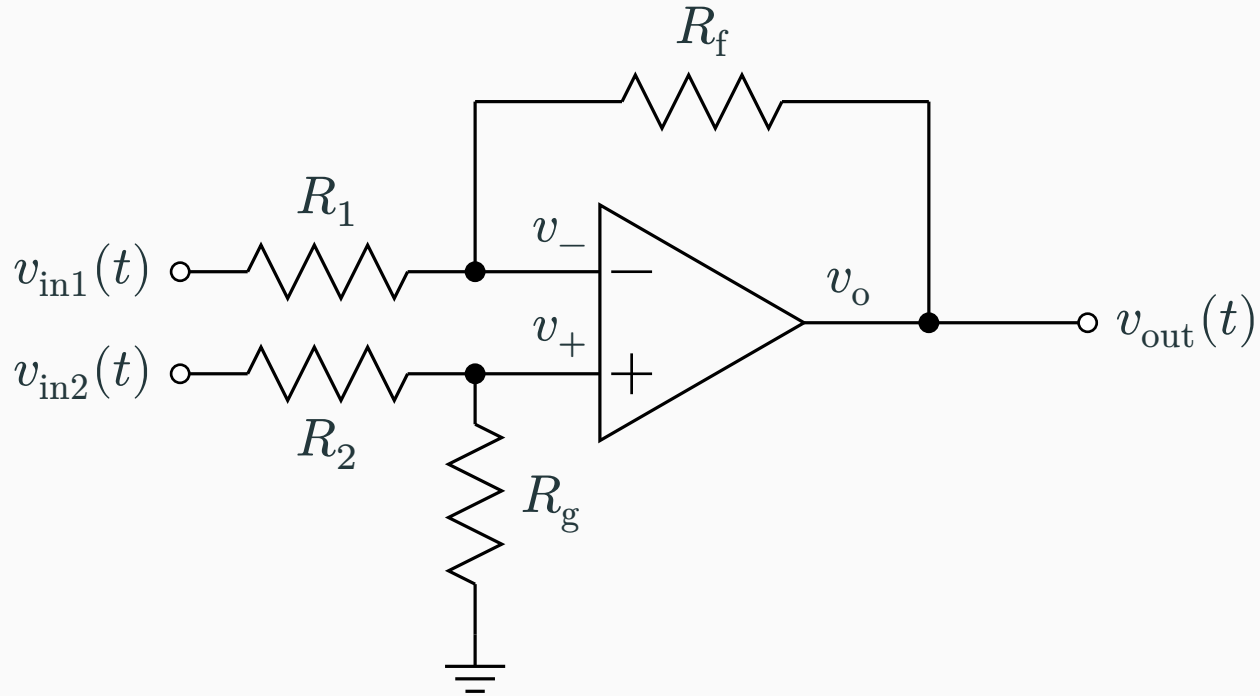
Seja

$$R_p = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3.$$

Por superposição, v_+ é a média ponderada das entradas, com pesos R_p/R_i . O ganho do amplificador não-inversor então multiplica esse valor:

$$v_o(t) = \left(1 + \frac{R_f}{R_g}\right) \left[\frac{R_p}{R_1} v_{in1}(t) + \frac{R_p}{R_2} v_{in2}(t) + \frac{R_p}{R_3} v_{in3}(t) \right].$$

Amplificador diferencial



Lei de Kirchhoff das correntes no nó da entrada inversora:

$$\frac{v_- - v_{in1}}{R_1} + \frac{v_- - v_o}{R_f} + i_- = 0.$$

Amplificador diferencial: Análise

Temos $i_- = 0$ e, pelo divisor de tensão na entrada não-inversora,

$$v_- = v_+ = \frac{R_g}{R_2 + R_g} v_{in2}.$$

Multiplicando a equação do nó por R_f e isolando v_o :

$$\frac{R_f}{R_1}(v_- - v_{in1}) + v_- - v_o = 0 \implies v_o = v_- \left(\frac{R_f}{R_1} + 1 \right) - \frac{R_f}{R_1} v_{in1},$$

e portanto

$$v_{out}(t) = \frac{R_g}{R_2 + R_g} \left(\frac{R_f}{R_1} + 1 \right) v_{in2}(t) - \frac{R_f}{R_1} v_{in1}(t).$$

Amplificador diferencial: Caso particular

É possível mostrar que, se $R_g/R_2 = R_f/R_1$, então a expressão anterior se reduz a

$$v_{\text{out}}(t) = \frac{R_f}{R_1} [v_{\text{in2}}(t) - v_{\text{in1}}(t)].$$

Ou seja: com os resistores casados aos pares, o circuito amplifica a **diferença** entre as duas entradas, e ignora o que é comum às duas.

Ampop em malha aberta

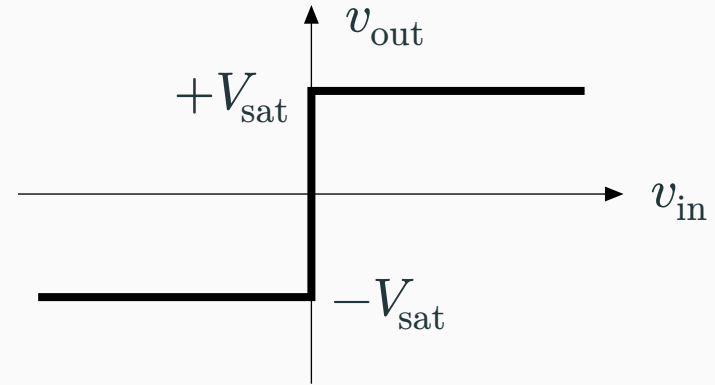
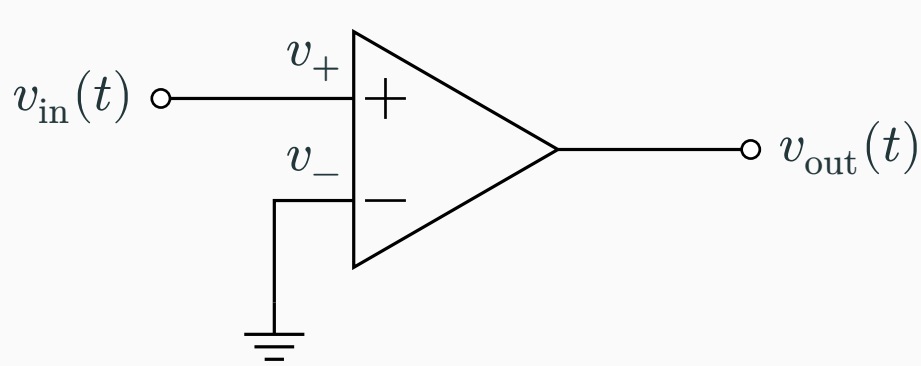
Comparadores de tensão com ampop

O ampop em *malha aberta* (sem realimentação) funciona como um **comparador de tensão**, também chamado de **detector de nível** ou **detector de cruzamento**.

Aqui, **não vale o curto-circuito virtual**: a saída passa a viver quase o tempo todo em uma das duas regiões de saturação.

Observação: Até aqui os dois níveis de saturação eram tratados separadamente, como V_{sat}^+ e V_{sat}^- , que não precisam ser simétricos. Daqui em diante, por simplicidade, suporemos $V_{\text{sat}}^+ = +V_{\text{sat}}$ e $V_{\text{sat}}^- = -V_{\text{sat}}$.

Comparador sem inversão

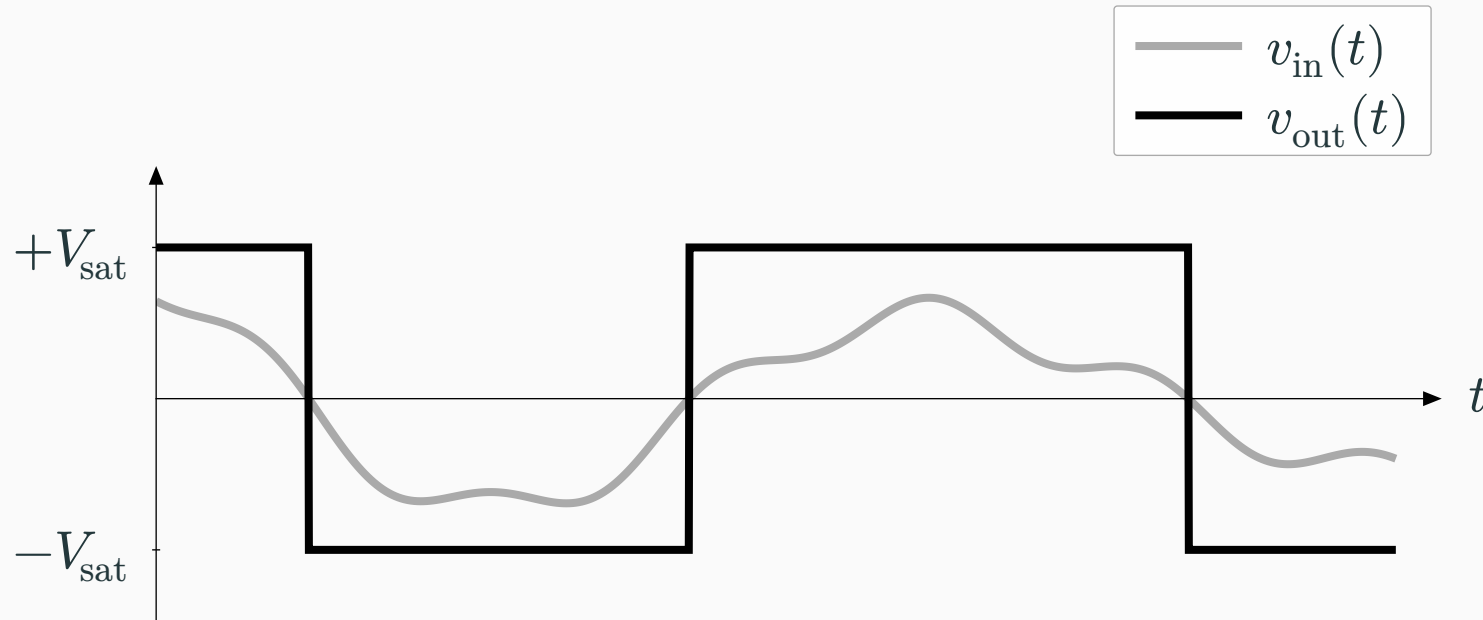


Como $v_o = A(v_+ - v_-)$, com $v_+ = v_{in}(t)$ e $v_- = 0$:

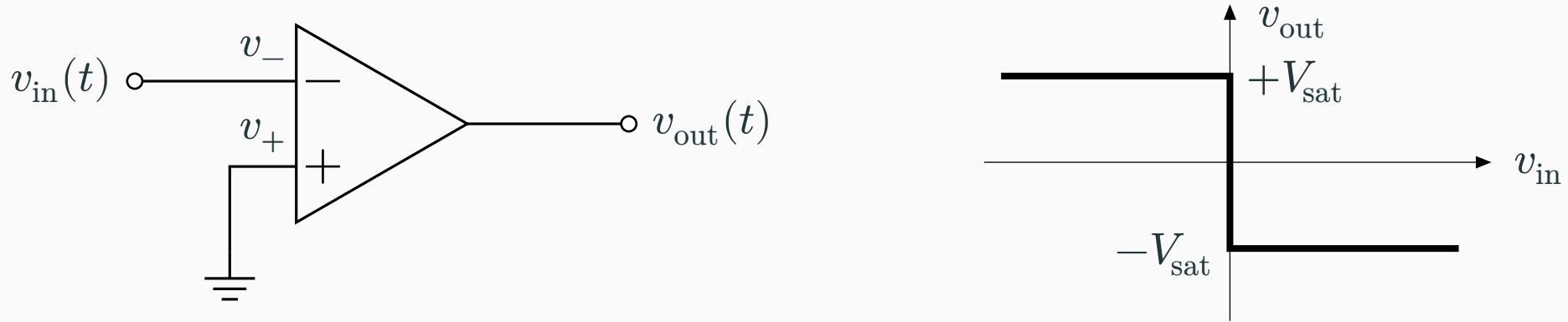
$$v_{out}(t) = Av_{in}(t).$$

Como A é muito grande, a saída satura assim que a entrada se afasta de zero: vale $+V_{sat}$ quando $v_{in} > 0$ e $-V_{sat}$ quando $v_{in} < 0$.

Comparador sem inversão: Formas de onda



Comparador com inversão

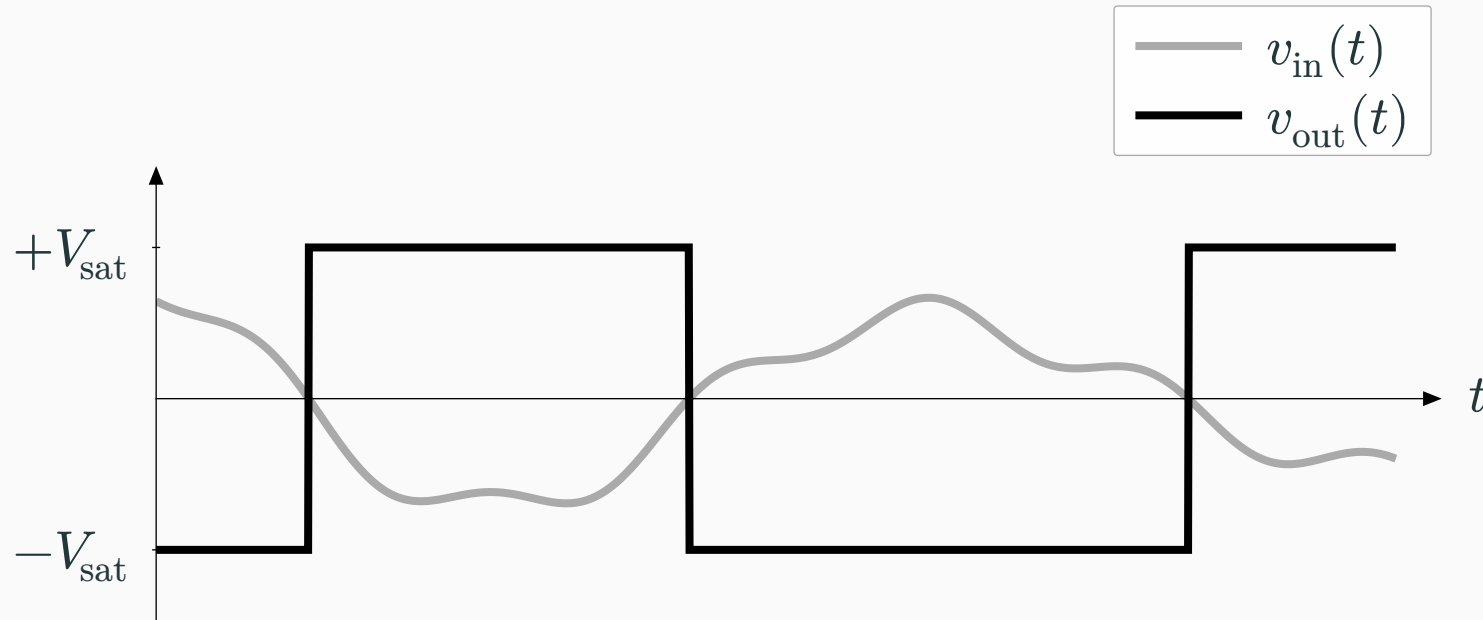


Agora $v_+ = 0$ e $v_- = v_{in}(t)$, de modo que

$$v_{out}(t) = -Av_{in}(t),$$

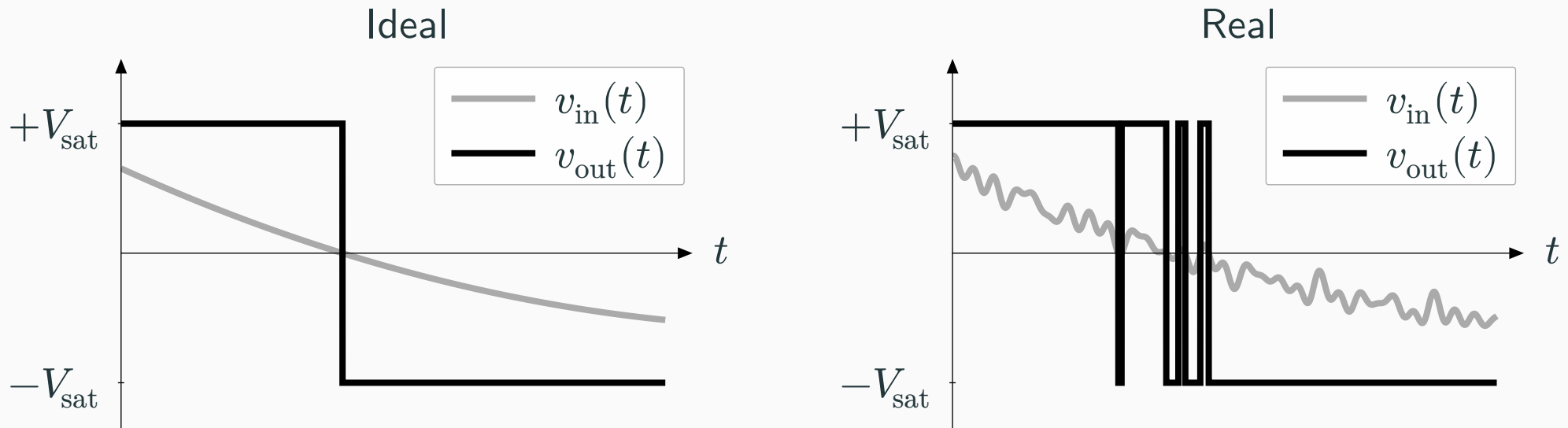
e a saída vale $-V_{sat}$ quando $v_{in} > 0$ e $+V_{sat}$ quando $v_{in} < 0$.

Comparador com inversão: Formas de onda



Problema: Ruído de chaveamento

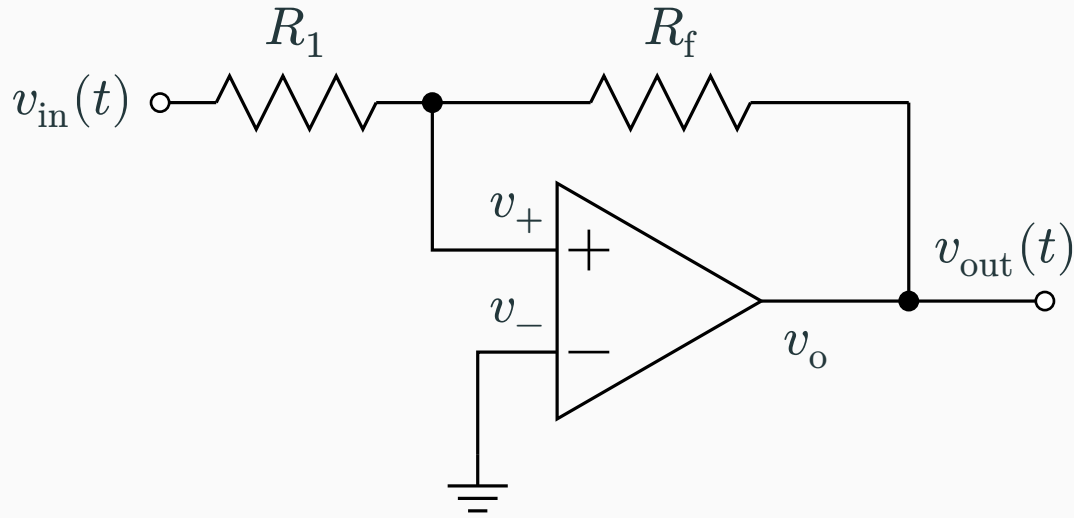
Pequenas variações na entrada, perto do ponto de cruzamento, fazem a saída oscilar de modo imprevisível entre $+V_{\text{sat}}$ e $-V_{\text{sat}}$. É a chamada **trepidação**, ou **intermitência**.



Solução: Histerese, obtida com realimentação **positiva**.

Ampop com realimentação positiva

Comparador com histerese sem inversão



Aqui **não vale** o curto-circuito virtual!

Este circuito é conhecido como **disparador de Schmitt** (*Schmitt trigger*).

Comparador com histerese sem inversão: Análise

Lei de Kirchhoff das correntes no nó da entrada não-inversora:

$$\frac{v_+ - v_{\text{in}}}{R_1} + \frac{v_+ - v_{\text{out}}}{R_f} = 0.$$

Multiplicando por $R_1 R_f$ e agrupando os termos em v_+ :

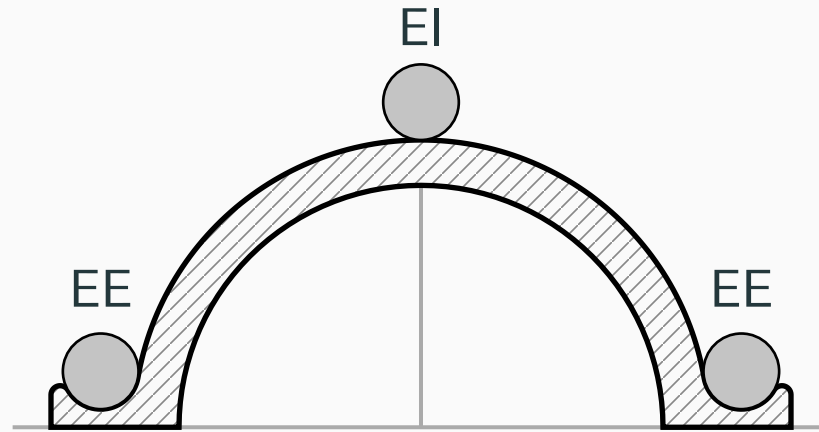
$$R_f(v_+ - v_{\text{in}}) + R_1(v_+ - v_{\text{out}}) = 0 \implies (R_f + R_1)v_+ = R_f v_{\text{in}} + R_1 v_{\text{out}},$$

ou seja,

$$v_+ = \frac{R_f}{R_f + R_1} v_{\text{in}} + \frac{R_1}{R_f + R_1} v_{\text{out}}.$$

Uma analogia mecânica

Com realimentação positiva, a entrada nula vira um ponto de equilíbrio **instável**: qualquer perturbação joga a saída para um dos dois níveis de saturação, que são os equilíbrios **estáveis**.



Fonte: Adaptado de Sedra–Smith [2].

Limites de comutação

Para que a saída transite de $-V_{\text{sat}}$ para $+V_{\text{sat}}$, é preciso que $v_+ > 0$. Fazendo $v_{\text{out}} = -V_{\text{sat}}$ na expressão anterior:

$$\frac{R_f}{R_f + R_1} v_{\text{in}} + \frac{R_1}{R_f + R_1} (-V_{\text{sat}}) > 0 \implies R_f v_{\text{in}} > R_1 V_{\text{sat}},$$

ou seja,

$$v_{\text{in}} > \frac{R_1}{R_f} V_{\text{sat}} = +V_T \quad (\text{limiar positivo}).$$

Limites de comutação

Para que a saída transite de $-V_{\text{sat}}$ para $+V_{\text{sat}}$, é preciso que $v_+ > 0$. Fazendo $v_{\text{out}} = -V_{\text{sat}}$ na expressão anterior:

$$\frac{R_f}{R_f + R_1} v_{\text{in}} + \frac{R_1}{R_f + R_1} (-V_{\text{sat}}) > 0 \implies R_f v_{\text{in}} > R_1 V_{\text{sat}},$$

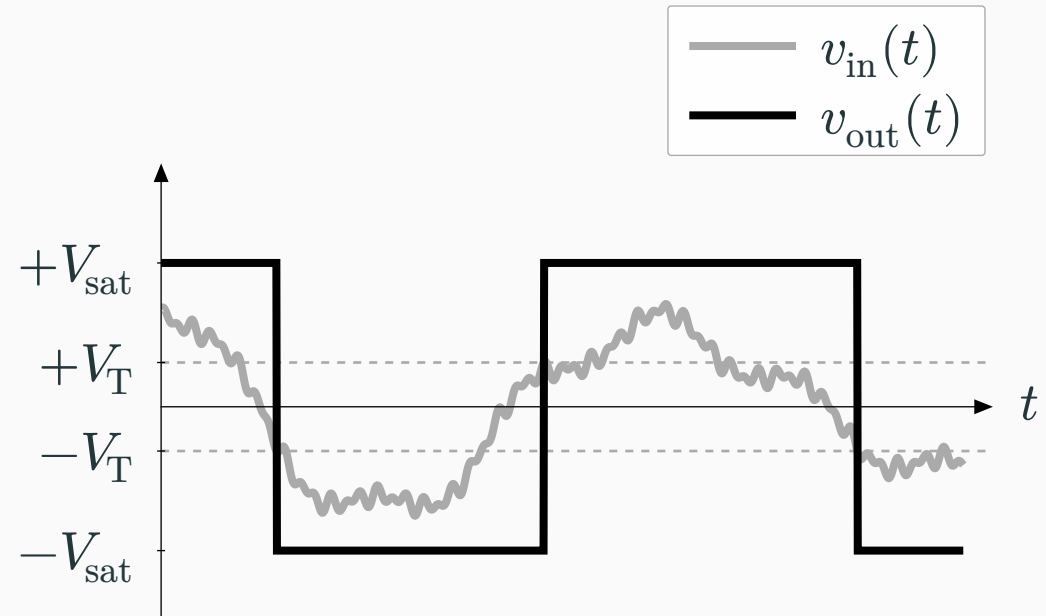
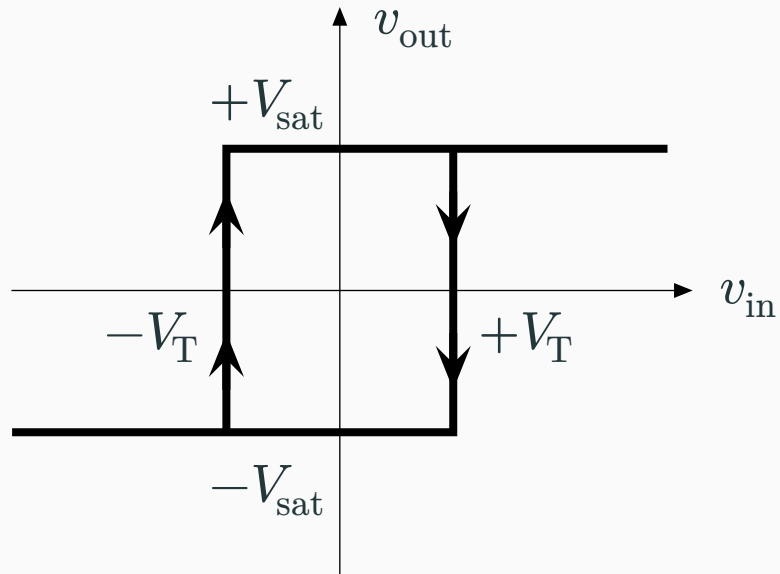
ou seja,

$$v_{\text{in}} > \frac{R_1}{R_f} V_{\text{sat}} = +V_T \quad (\text{limiar positivo}).$$

Analogamente, para que a saída transite de $+V_{\text{sat}}$ para $-V_{\text{sat}}$:

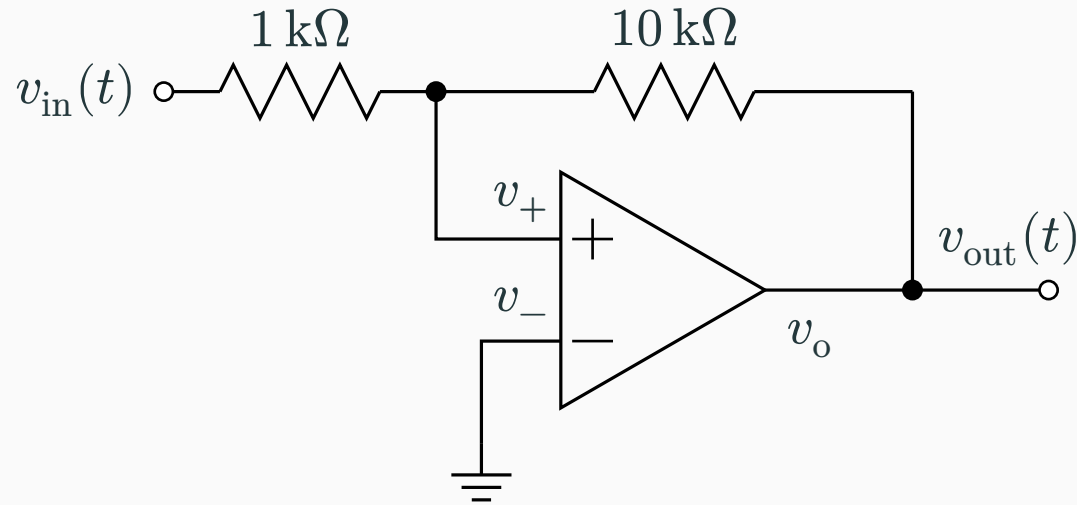
$$v_{\text{in}} < -\frac{R_1}{R_f} V_{\text{sat}} = -V_T \quad (\text{limiar negativo}).$$

Curva entrada × saída



Entre $-V_T$ e $+V_T$ a saída simplesmente não muda: é essa faixa morta que imuniza o circuito contra o ruído.

Exemplo

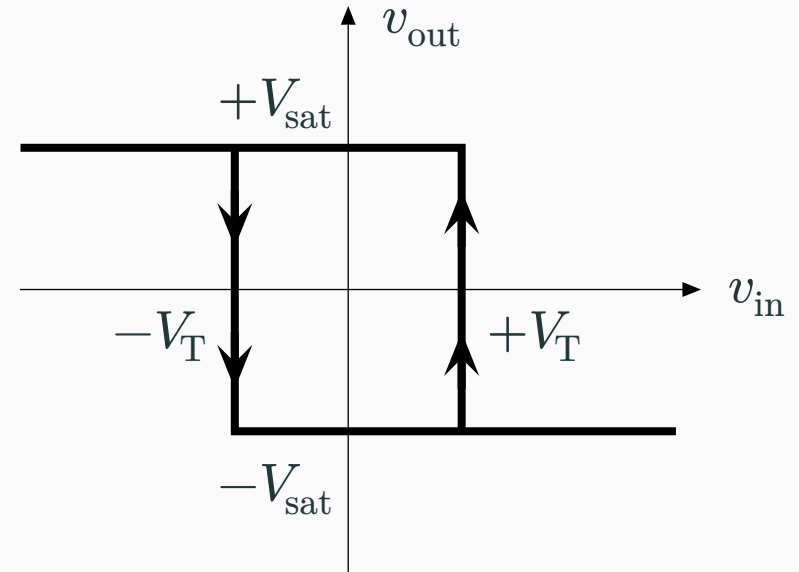
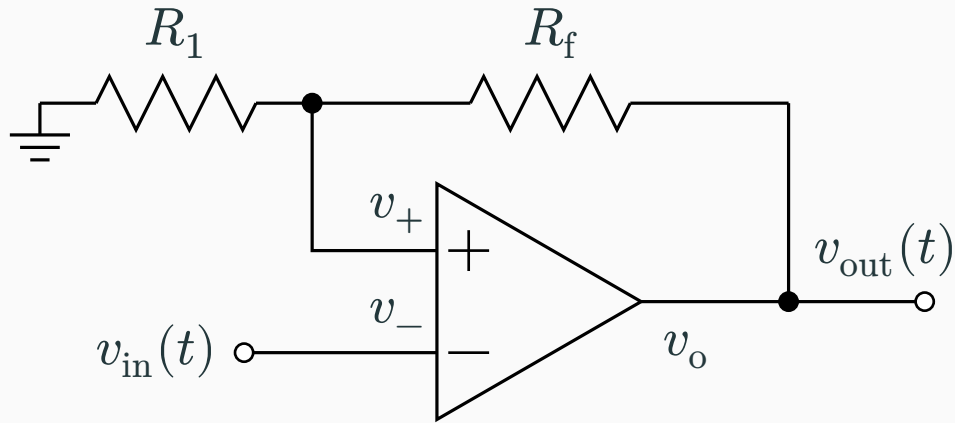


Suponha $V_{\text{sat}} = 15\text{ V}$.

$$V_T = \frac{R_1}{R_f} V_{\text{sat}} = \frac{1\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega} \cdot 15\text{ V} = 1.5\text{ V}.$$

O laço de histerese vai então de -1.5 V a $+1.5\text{ V}$, com a saída chaveando entre -15 e $+15\text{ V}$.

Comparador com histerese com inversão

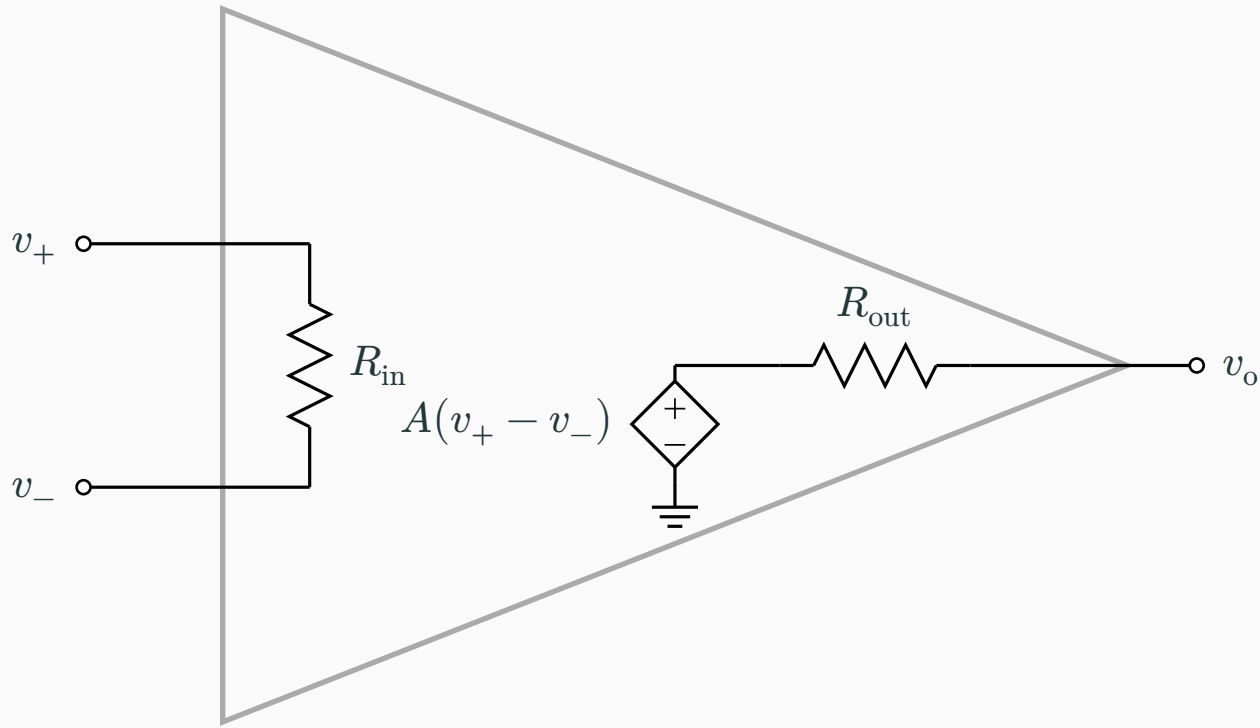


Após análise:

$$V_T = \frac{R_1}{R_f + R_1} V_{sat}.$$

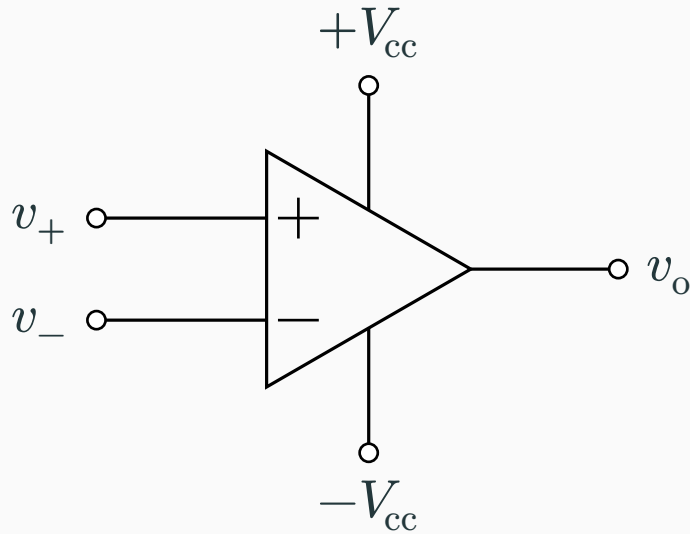
Não-idealidades do ampop

Resistências de entrada e saída



No ampop real, $R_{in} < \infty$ e $R_{out} > 0$.

Níveis de saturação



Em alguns modelos, o nível de saturação é da ordem de 90% de V_{cc} , e não precisa ser simétrico:

$$V_{\text{sat}}^+ = +0.9V_{cc}$$

$$V_{\text{sat}}^+ = +0.9V_{cc}$$

$$V_{\text{sat}}^- = -0.9V_{cc}$$

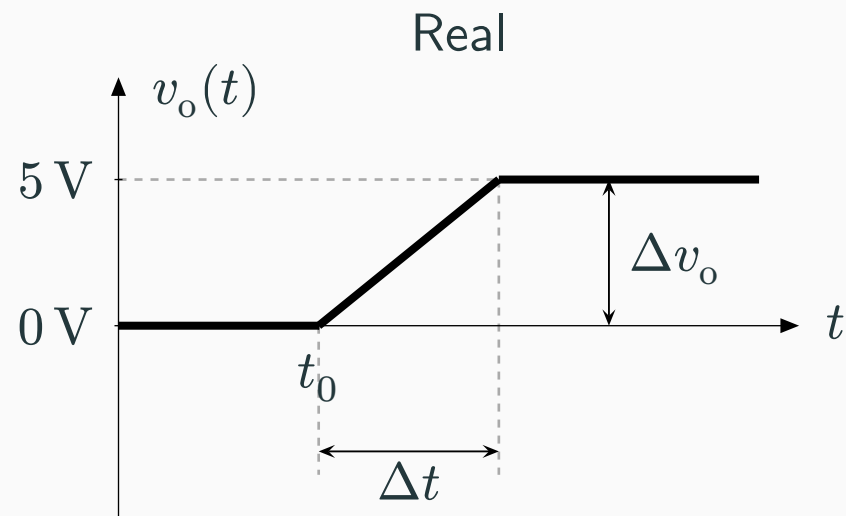
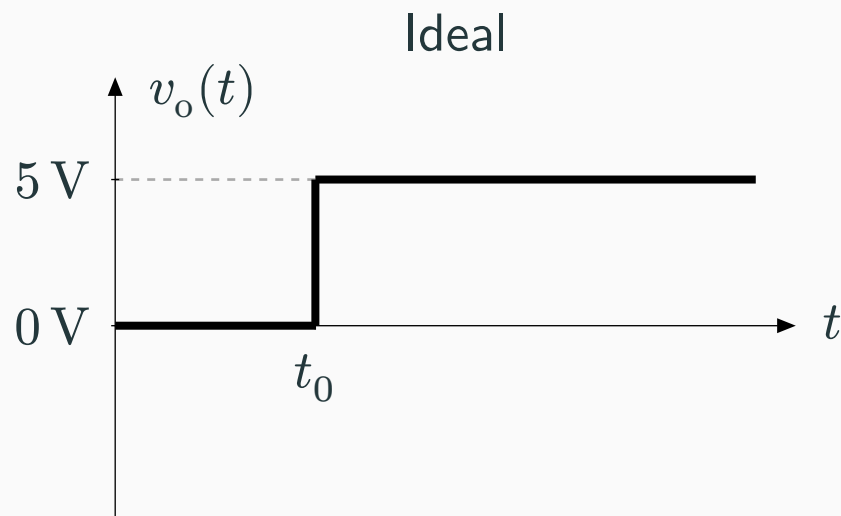
$$V_{\text{sat}}^- = -0.95V_{cc}$$

Já nos ampops **rail-to-rail**, $V_{\text{sat}}^+ = +V_{cc}$ e $V_{\text{sat}}^- = -V_{cc}$.

Slew rate

O **slew rate** é a máxima variação da saída por unidade de tempo:

$$SR = \frac{\Delta v_o}{\Delta t} \quad [\text{V}/\mu\text{s}].$$



No ampop ideal, $SR = \infty$.

Slew rate: Exemplo

Da resposta medida de um ampop obtém-se

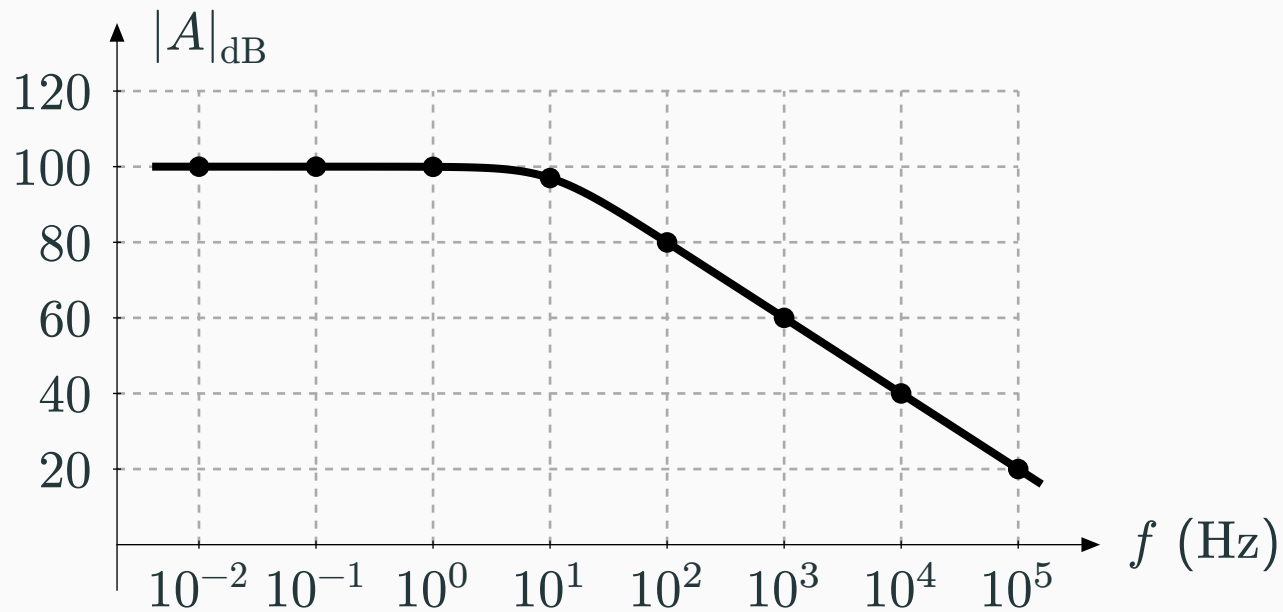
$$\Delta v_o = 10 \text{ V} - (-10 \text{ V}) = 20 \text{ V},$$

$$\Delta t = 83.5 \text{ }\mu\text{s} - 50 \text{ }\mu\text{s} = 33.5 \text{ }\mu\text{s}.$$

Portanto,

$$\text{SR} = \frac{\Delta v_o}{\Delta t} = \frac{20 \text{ V}}{33.5 \text{ }\mu\text{s}} \approx 0.597 \text{ V}/\mu\text{s}.$$

Banda passante



Tipicamente: -20 dB/década.

Do patamar da curva recupera-se o ganho em malha aberta:

$$|A|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |A| \implies 100 = 20 \log_{10} |A| \implies \log_{10} |A| = 5,$$

ou seja, $|A| = 10^5 = 100\,000$.

Outras não-idealidades

- Ruído.
- Tensão de offset (*offset null*).
- Tempo de subida (*rise time*).
- Sobressinal (*overshoot*).

Referências

- [1] A. P. Malvino and D. J. Bates, *Electronic Principles*, 7th ed. McGraw-Hill, 2006.
- [2] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronic Circuits*, 6th ed. Oxford University Press, 2010.