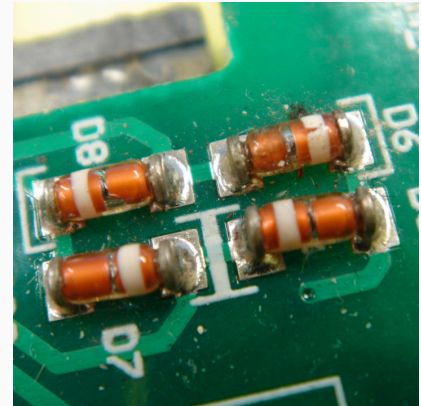


Eletrônica Aplicada

Osciladores



Prof. Roberto Wanderley da Nóbrega

Instituto Federal de Santa Catarina

Introdução

Introdução

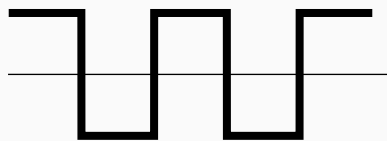
Osciladores convertem **tensão contínua** em **tensão alternada**.

Dois tipos principais:

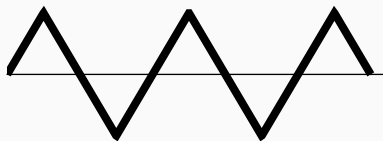
- **Osciladores de relaxação**, que são não-lineares.
- **Osciladores harmônicos**, que são lineares.

Os de relaxação produzem ondas quadradas, triangulares ou dente-de-serra; os harmônicos produzem senoides.

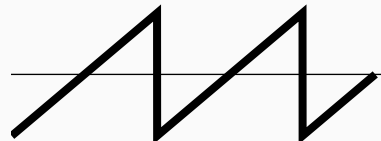
Quadrada



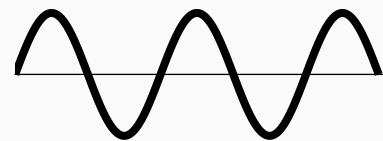
Triangular



Dente-de-serra



Senoidal



Frequência de operação e aplicações

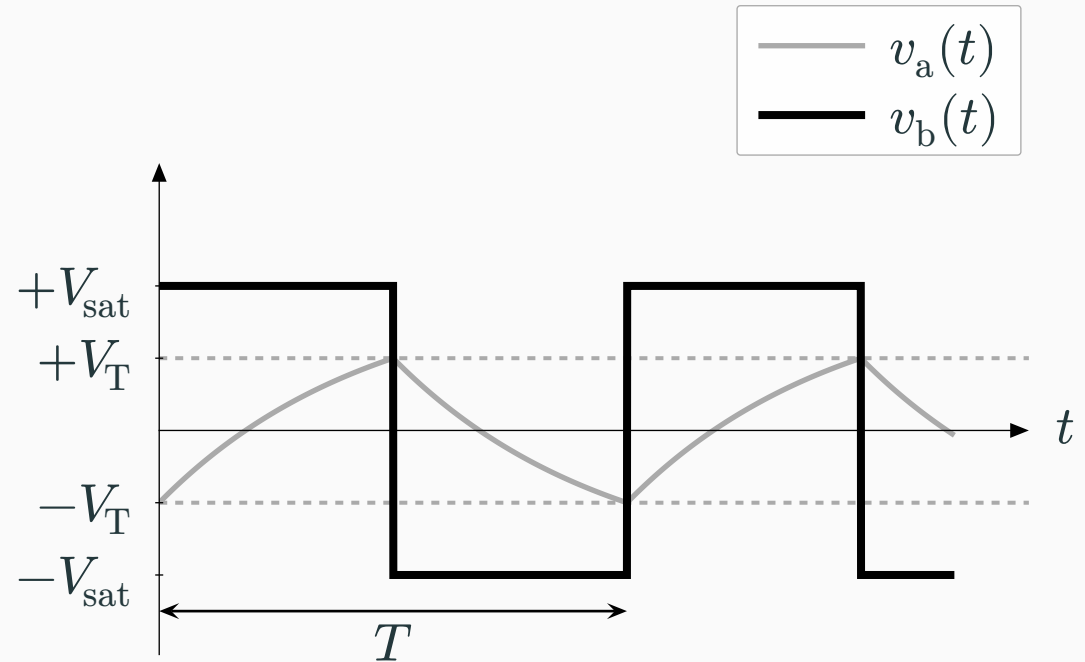
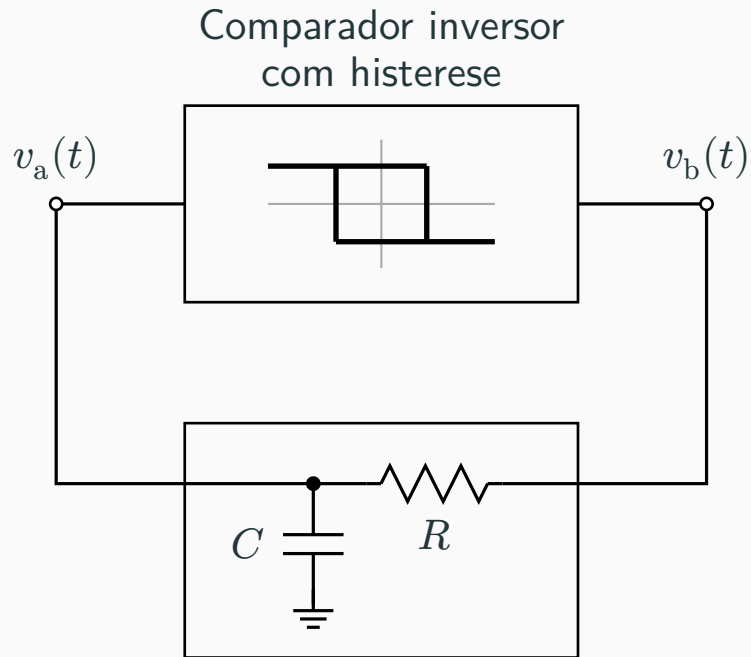
A frequência de operação vai desde alguns hertz até centenas de gigahertz.

Aplicações:

- **Áudio:** de 20 Hz a 20 kHz, e abaixo de 20 Hz em sintetizadores.
- **Radiofrequência:** modulação e demodulação, de 100 kHz a 100 GHz.
- **Sinais de clock:** para circuitos digitais.

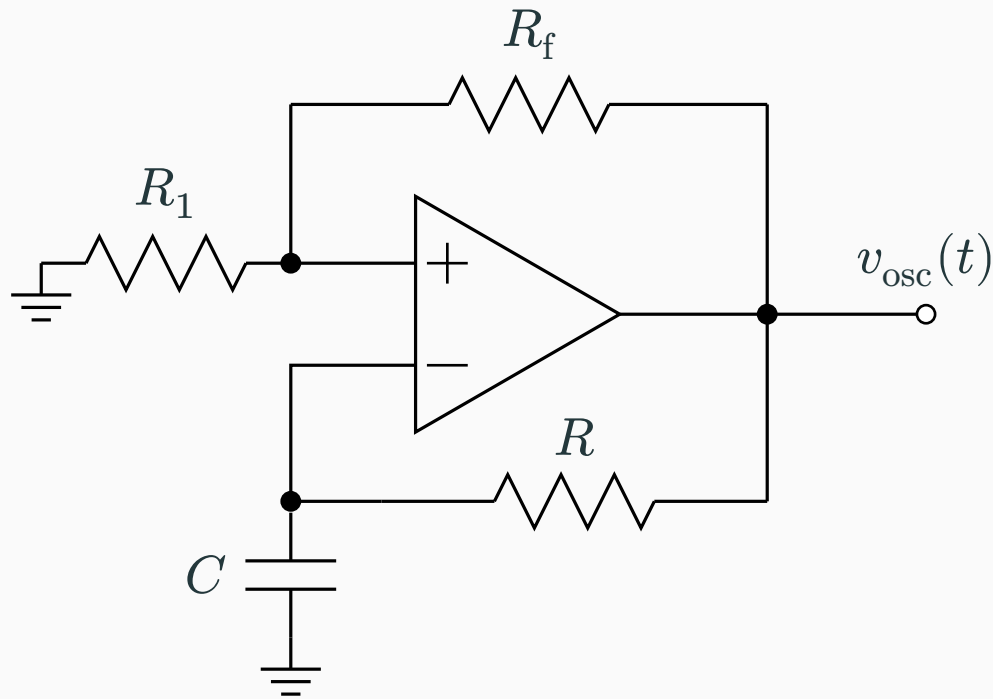
Osciladores de relaxação

Multivibrador astável: comparador inversor com histerese realimentado por uma malha RC.



O capacitor carrega através de R em direção a um nível de saturação, e a saída $v_b(t)$ comuta assim que $v_a(t)$ atinge um limiar.

Circuito com ampop



O período da onda quadrada é

$$T = 2\tau \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right),$$

onde

$$\tau = RC$$

é a constante de tempo da malha RC e

$$\beta = \frac{V_T}{V_{sat}} = \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

é a fração de realimentação do comparador inversor com histerese.

No primeiro semiciclo, o capacitor carrega através de R , partindo de $V_i = -V_T = -\beta V_{\text{sat}}$ em direção a $V_f = +V_{\text{sat}}$:

$$v_a(t) = V_f - (V_f - V_i)e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}} - (1 + \beta)V_{\text{sat}}e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}}[1 - (1 + \beta)e^{-t/\tau}].$$

No primeiro semiciclo, o capacitor carrega através de R , partindo de $V_i = -V_T = -\beta V_{\text{sat}}$ em direção a $V_f = +V_{\text{sat}}$:

$$v_a(t) = V_f - (V_f - V_i)e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}} - (1 + \beta)V_{\text{sat}}e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}}[1 - (1 + \beta)e^{-t/\tau}].$$

A comutação seguinte acontece em t_1 , quando $v_a(t)$ alcança o outro limiar, $+V_T = +\beta V_{\text{sat}}$:

$$\beta = 1 - (1 + \beta)e^{-t_1/\tau} \implies e^{-t_1/\tau} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}, \implies t_1 = \tau \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right)$$

No primeiro semiciclo, o capacitor carrega através de R , partindo de $V_i = -V_T = -\beta V_{\text{sat}}$ em direção a $V_f = +V_{\text{sat}}$:

$$v_a(t) = V_f - (V_f - V_i)e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}} - (1 + \beta)V_{\text{sat}}e^{-t/\tau} = V_{\text{sat}}[1 - (1 + \beta)e^{-t/\tau}].$$

A comutação seguinte acontece em t_1 , quando $v_a(t)$ alcança o outro limiar, $+V_T = +\beta V_{\text{sat}}$:

$$\beta = 1 - (1 + \beta)e^{-t_1/\tau} \implies e^{-t_1/\tau} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}, \implies t_1 = \tau \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right)$$

Por simetria o outro semiciclo leva exatamente o mesmo tempo, e portanto

$$T = 2t_1 = 2\tau \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right).$$

Exemplo

Determine a frequência de oscilação para $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_f = 1 \text{ M}\Omega$, $R = 1 \text{ M}\Omega$ e $C = 10 \text{ nF}$.

Exemplo

Determine a frequência de oscilação para $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_f = 1 \text{ M}\Omega$, $R = 1 \text{ M}\Omega$ e $C = 10 \text{ nF}$.

Solução: A constante de tempo e a fração de realimentação valem

$$\tau = RC = (1 \text{ M}\Omega)(10 \text{ nF}) = 10 \text{ ms},$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_f} = \frac{100 \text{ k}\Omega}{1 \text{ M}\Omega + 100 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{11}.$$

Exemplo

Determine a frequência de oscilação para $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_f = 1 \text{ M}\Omega$, $R = 1 \text{ M}\Omega$ e $C = 10 \text{ nF}$.

Solução: A constante de tempo e a fração de realimentação valem

$$\tau = RC = (1 \text{ M}\Omega)(10 \text{ nF}) = 10 \text{ ms},$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_f} = \frac{100 \text{ k}\Omega}{1 \text{ M}\Omega + 100 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{11}.$$

Portanto, o período de oscilação será

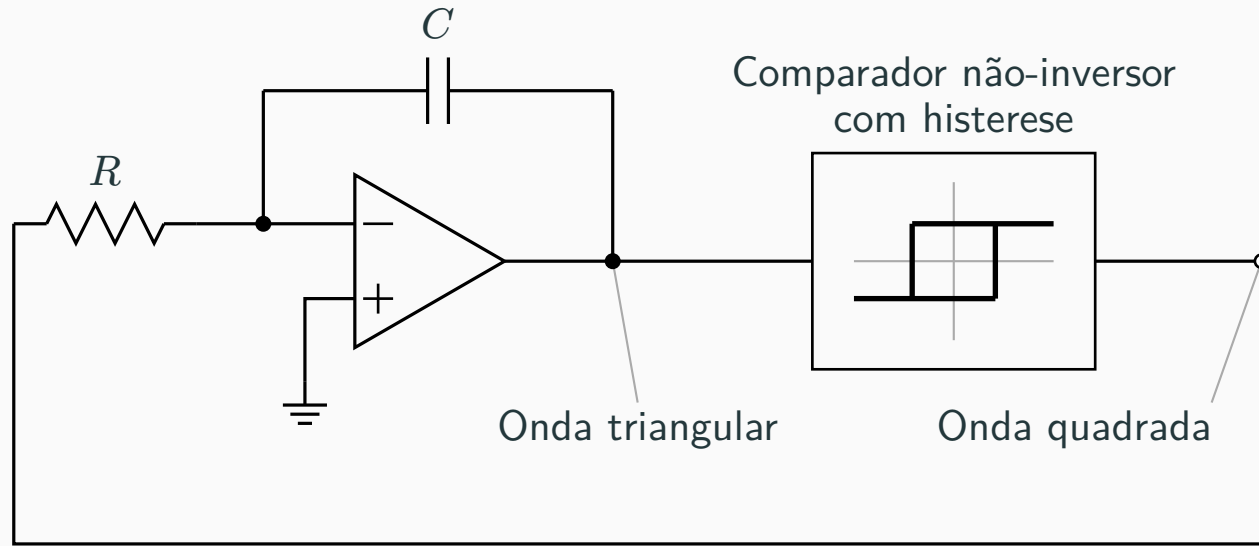
$$T = 2\tau \ln\left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta}\right) = (20 \text{ ms}) \ln(1.2) = 3.646 \text{ ms},$$

e a frequência de oscilação será $f = 1/T = 1/(3.646 \text{ ms}) = 274.24 \text{ Hz}$.

O circuito pode ser modificado para tornar o tempo em alto diferente do tempo em baixo.

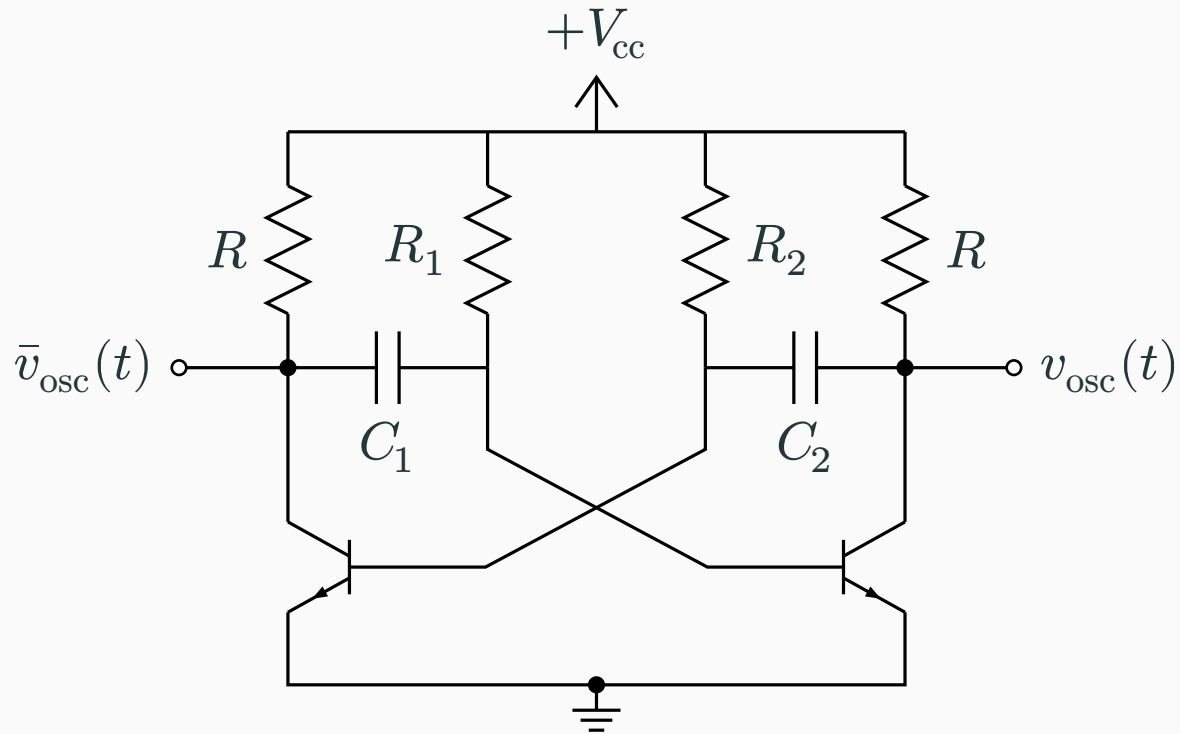
Como está, os dois semiciclos são iguais, porque o capacitor carrega e descarrega pelo mesmo caminho. Basta separar os dois caminhos para desbalancear, utilizando diodos orientados em sentidos opostos.

Gerador de onda triangular



Duas saídas ao mesmo tempo: **onda quadrada** na saída do comparador e **onda triangular** na saída do integrador.

Oscilador de relaxação com BJT



Parâmetros:

$$t_1 = (\ln 2) R_1 C_1$$

$$t_2 = (\ln 2) R_2 C_2$$

$$T = t_1 + t_2.$$

onde $\ln 2 \approx 0.693$.

Observações:

1. Aqui os dois semiciclos são independentes: cada um tem seu par RC.
2. A borda de subida é arredondada, mas o circuito pode ser adaptado para tornar a onda mais quadrada.

Exemplo

Projete o circuito acima de modo que $f = 1 \text{ kHz}$ e a razão cíclica seja $D = 75\%$, isto é, 75% do período em $+V_{cc}$ e 25% em 0 V .

Exemplo

Projete o circuito acima de modo que $f = 1 \text{ kHz}$ e a razão cíclica seja $D = 75\%$, isto é, 75% do período em $+V_{cc}$ e 25% em 0 V .

Solução: O período e os dois intervalos ficam

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1 \text{ kHz}} = 1 \text{ ms}, \quad t_1 = 0.75T = 0.75 \text{ ms}, \quad t_2 = 0.25T = 0.25 \text{ ms}.$$

Exemplo

Projete o circuito acima de modo que $f = 1 \text{ kHz}$ e a razão cíclica seja $D = 75\%$, isto é, 75% do período em $+V_{cc}$ e 25% em 0 V .

Solução: O período e os dois intervalos ficam

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1 \text{ kHz}} = 1 \text{ ms}, \quad t_1 = 0.75T = 0.75 \text{ ms}, \quad t_2 = 0.25T = 0.25 \text{ ms}.$$

Escolhendo $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, os capacitores saem de $C_i = t_i / (\ln 2 \cdot R_i)$:

$$C_1 = \frac{0.75 \text{ ms}}{0.693 \cdot 1 \text{ k}\Omega} = 1.08 \text{ }\mu\text{F}, \quad C_2 = \frac{0.25 \text{ ms}}{0.693 \cdot 1 \text{ k}\Omega} = 361 \text{ nF}.$$

Exemplo

Projete o circuito acima de modo que $f = 1 \text{ kHz}$ e a razão cíclica seja $D = 75\%$, isto é, 75% do período em $+V_{cc}$ e 25% em 0 V.

Solução: O período e os dois intervalos ficam

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1 \text{ kHz}} = 1 \text{ ms}, \quad t_1 = 0.75T = 0.75 \text{ ms}, \quad t_2 = 0.25T = 0.25 \text{ ms}.$$

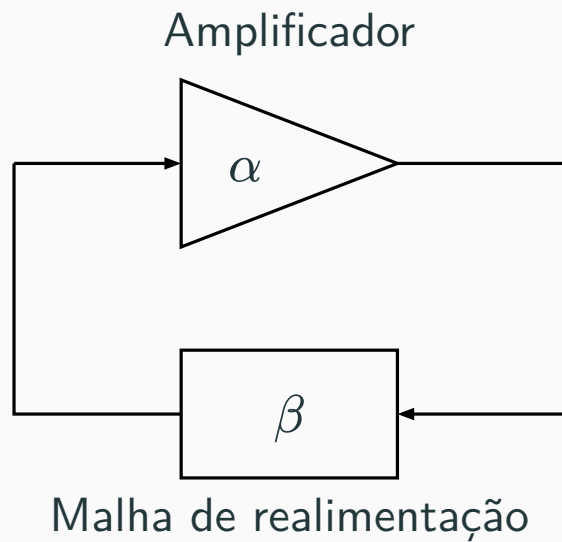
Escolhendo $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, os capacitores saem de $C_i = t_i / (\ln 2 \cdot R_i)$:

$$C_1 = \frac{0.75 \text{ ms}}{0.693 \cdot 1 \text{ k}\Omega} = 1.08 \text{ }\mu\text{F}, \quad C_2 = \frac{0.25 \text{ ms}}{0.693 \cdot 1 \text{ k}\Omega} = 361 \text{ nF}.$$

Adotando os valores comerciais $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ e $C_2 = 360 \text{ nF}$, e completando o circuito com $V_{cc} = 5 \text{ V}$ e $R = 50 \text{ }\Omega$, a simulação fornece $t_1 = 734 \text{ }\mu\text{s}$ e $t_2 = 256 \text{ }\mu\text{s}$. Isso é $T = 990 \text{ }\mu\text{s}$ e $D = 74\%$, perto o bastante do alvo.

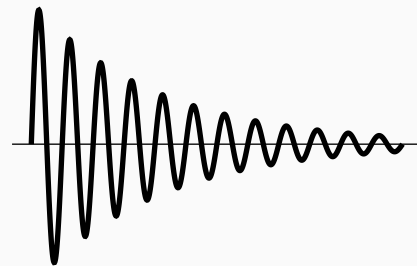
Osciladores harmônicos

Princípio geral

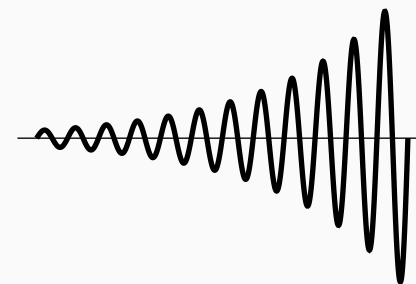


Critério de Barkhausen: Na frequência de oscilação,

$$\alpha\beta = 1.$$

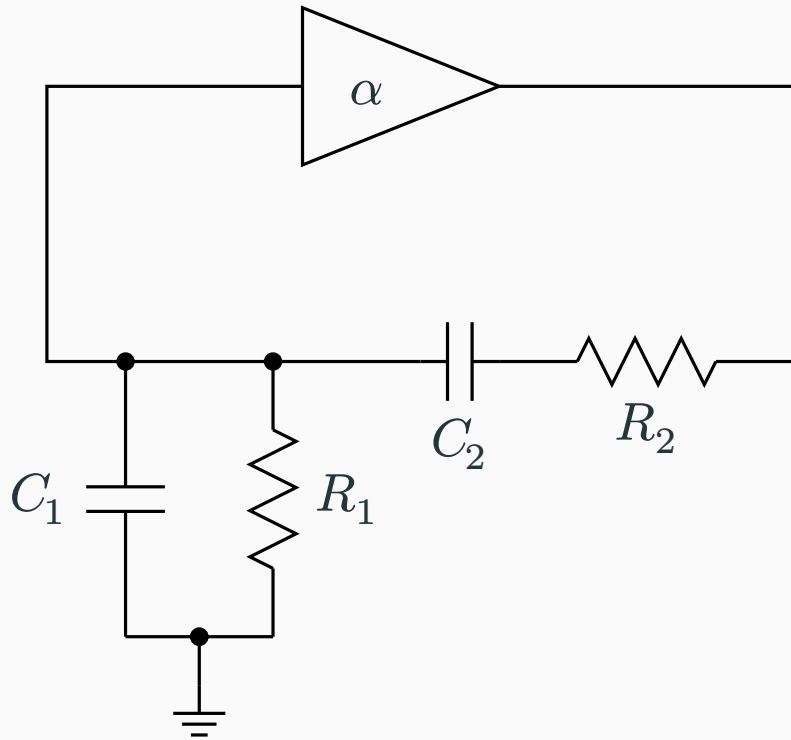


$$\alpha\beta < 1$$



$$\alpha\beta > 1$$

Oscilador ponte de Wien



Frequência de oscilação:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}.$$

Caso particular $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$:

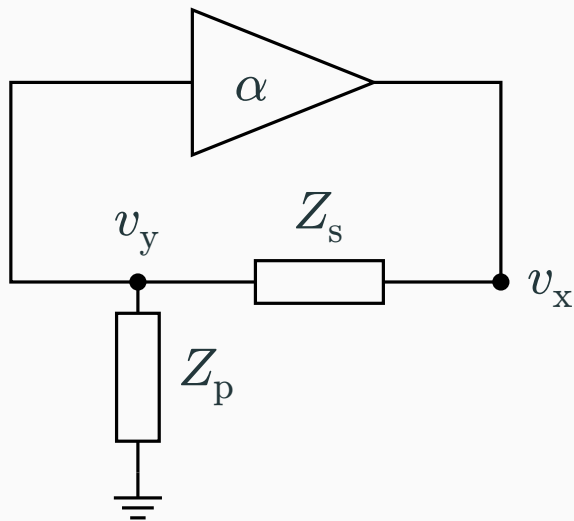
$$f = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Ganho do amplificador: $\alpha = 3$.

Por simplicidade, considere apenas o caso particular $R_1 = R_2 = R$ e $C_1 = C_2 = C$.

Escrevendo $X_C = -1/(\omega C)$ com $\omega = 2\pi f$, a malha de realimentação é um divisor entre uma impedância série e uma paralela:

$$Z_s = R + jX_C \quad \text{e} \quad Z_p = R \parallel jX_C = \frac{jRX_C}{R + jX_C}.$$



$$\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{Z_p}{Z_p + Z_s} = \frac{1}{1 + Z_s/Z_p}.$$

Após manipulação algébrica:

$$\beta = \frac{1}{3 + j\left(\frac{X_C}{R} - \frac{R}{X_C}\right)}.$$

Após manipulação algébrica:

$$\beta = \frac{1}{3 + j\left(\frac{X_C}{R} - \frac{R}{X_C}\right)}.$$

Pelo critério de Barkhausen, a parte imaginária tem de se anular. Portanto, $X_C/R = R/X_C$, ou seja, $R^2 = X_C^2$. Como $X_C < 0$ e $R > 0$, a raiz que serve é $R = -X_C = 1/(\omega C)$. Assim,

$$\omega = \frac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Após manipulação algébrica:

$$\beta = \frac{1}{3 + j\left(\frac{X_C}{R} - \frac{R}{X_C}\right)}.$$

Pelo critério de Barkhausen, a parte imaginária tem de se anular. Portanto, $X_C/R = R/X_C$, ou seja, $R^2 = X_C^2$. Como $X_C < 0$ e $R > 0$, a raiz que serve é $R = -X_C = 1/(\omega C)$. Assim,

$$\omega = \frac{1}{RC} \implies f = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Nessa frequência,

$$\beta = 1/3 \implies \alpha = 3.$$

Exemplo

Sejam $C = 100 \text{ nF}$ e $R = 1 \text{ k}\Omega$. Determine a frequência de oscilação.

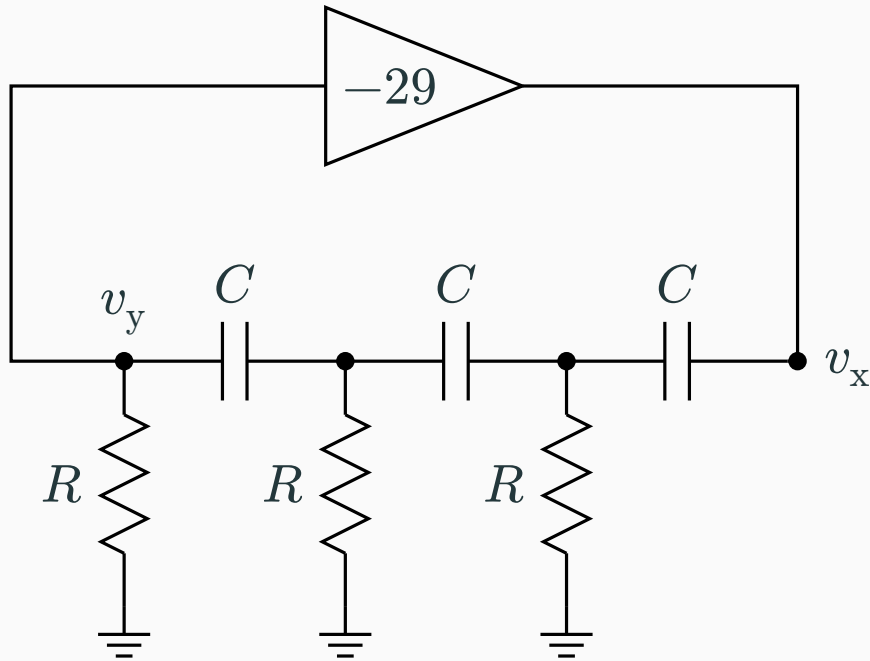
Exemplo

Sejam $C = 100 \text{ nF}$ e $R = 1 \text{ k}\Omega$. Determine a frequência de oscilação.

Solução:

$$f = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(1 \text{ k}\Omega)(100 \text{ nF})} = 1.59 \text{ kHz}.$$

Oscilador de deslocamento de fase



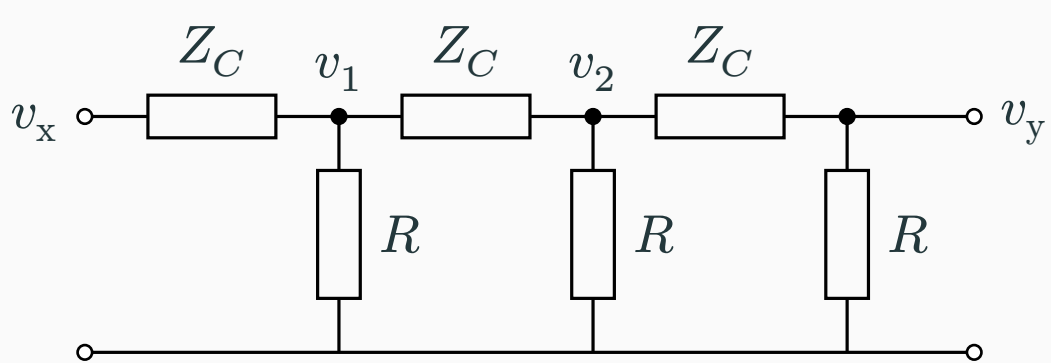
Frequência de oscilação:

$$f = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}}.$$

Ganho do amplificador:

$$\alpha = -29$$

Cada seção RC contribui com parte do deslocamento de fase; as três juntas somam os 180° que faltam para fechar a malha, já que o amplificador é inversor.



$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_3 = R \parallel (Z_C + R)$$

$$Z_5 = R \parallel (Z_C + Z_3)$$

O ganho da malha é o produto dos três divisores em cascata:

$$\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_1}{v_x} \cdot \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{v_y}{v_2} = \frac{Z_5}{Z_C + Z_5} \cdot \frac{Z_3}{Z_C + Z_3} \cdot \frac{R}{Z_C + R}.$$

Após manipulação algébrica,

$$\beta = \frac{(\omega RC)^3}{(\omega RC)^3 - 5\omega RC + j[1 - 6(\omega RC)^2]}.$$

Após manipulação algébrica,

$$\beta = \frac{(\omega RC)^3}{(\omega RC)^3 - 5\omega RC + j[1 - 6(\omega RC)^2]}.$$

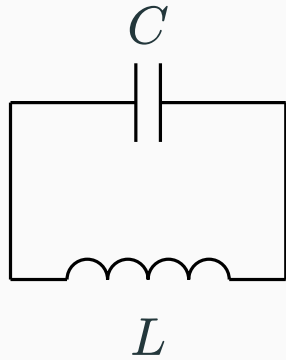
Pelo critério de Barkhausen, a parte imaginária tem de se anular:

$$1 - 6(\omega RC)^2 = 0 \implies \omega RC = \frac{1}{\sqrt{6}} \implies \omega = \frac{1}{RC\sqrt{6}} \implies f = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}}.$$

Nessa frequência,

$$\beta = \frac{(1/\sqrt{6})^3}{(1/\sqrt{6})^3 - 5(1/\sqrt{6})} = -\frac{1}{29} \implies \alpha = -29.$$

O tanque LC:

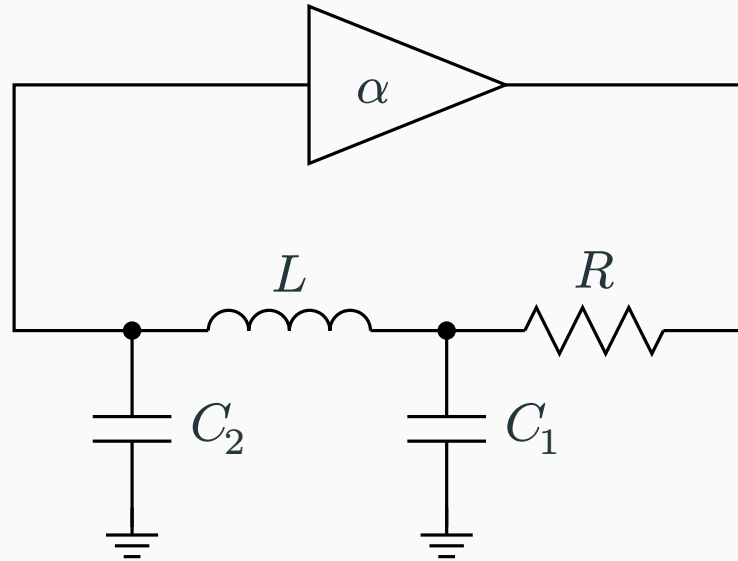


Nos osciladores LC ocorre a *ressonância* entre indutor e capacitor.

Duas topologias clássicas, uma dual da outra:

- **Colpitts**, com o tanque dividido em dois capacitores;
- **Hartley**, com o tanque dividido em dois indutores.

Oscilador de Colpitts



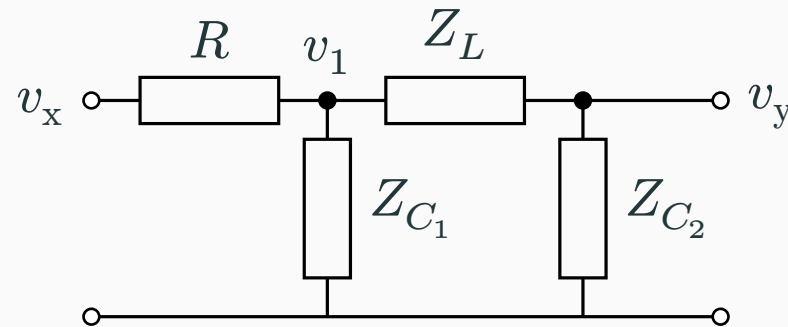
Frequência de oscilação:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}}, \quad C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Ganho do amplificador:

$$\alpha = -\frac{C_2}{C_1}.$$

$$Z_L = j\omega L, \quad Z_{C_1} = \frac{1}{j\omega C_1}, \quad Z_{C_2} = \frac{1}{j\omega C_2}, \quad Z_3 = Z_{C_1} \parallel (Z_L + Z_{C_2}).$$



O ganho da malha é dado por

$$\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_x} = \frac{Z_{C_2}}{Z_{C_2} + Z_L} \cdot \frac{Z_3}{Z_3 + R}.$$

Após manipulação algébrica,

$$\beta = \frac{1}{[1 - \omega^2 LC_2] + j\omega R[C_1 + C_2 - \omega^2 LC_1 C_2]}.$$

Após manipulação algébrica,

$$\beta = \frac{1}{[1 - \omega^2 LC_2] + j\omega R[C_1 + C_2 - \omega^2 LC_1 C_2]}.$$

Pelo critério de Barkhausen, a parte imaginária tem de se anular:

$$\omega^2 LC_1 C_2 = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2} = \frac{1}{L \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}.$$

Após manipulação algébrica,

$$\beta = \frac{1}{[1 - \omega^2 LC_2] + j\omega R[C_1 + C_2 - \omega^2 LC_1 C_2]}.$$

Pelo critério de Barkhausen, a parte imaginária tem de se anular:

$$\omega^2 LC_1 C_2 = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2} = \frac{1}{L \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}.$$

Reconhecendo a associação em série dos dois capacitores,

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC_T}} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC_T}}.$$

Na frequência de oscilação sobra apenas a parte real do denominador:

$$\beta = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_2}.$$

Na frequência de oscilação sobra apenas a parte real do denominador:

$$\beta = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_2}.$$

Por Barkhausen, $\alpha = 1/\beta$:

$$\alpha = 1 - \omega^2 LC_2 = 1 - \frac{C_1 + C_2}{C_1} = -\frac{C_2}{C_1}.$$

Exemplo

Sejam $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 400 \text{ nF}$ e $L = 10 \text{ mH}$. Determine a frequência de oscilação e o ganho necessário.

Exemplo

Sejam $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 400 \text{ nF}$ e $L = 10 \text{ mH}$. Determine a frequência de oscilação e o ganho necessário.

Solução:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(100 \text{ nF})(400 \text{ nF})}{100 \text{ nF} + 400 \text{ nF}} = 80 \text{ nF},$$

Exemplo

Sejam $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 400 \text{ nF}$ e $L = 10 \text{ mH}$. Determine a frequência de oscilação e o ganho necessário.

Solução:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(100 \text{ nF})(400 \text{ nF})}{100 \text{ nF} + 400 \text{ nF}} = 80 \text{ nF},$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \text{ mH})(80 \text{ nF})}} = 5.63 \text{ kHz},$$

Exemplo

Sejam $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 400 \text{ nF}$ e $L = 10 \text{ mH}$. Determine a frequência de oscilação e o ganho necessário.

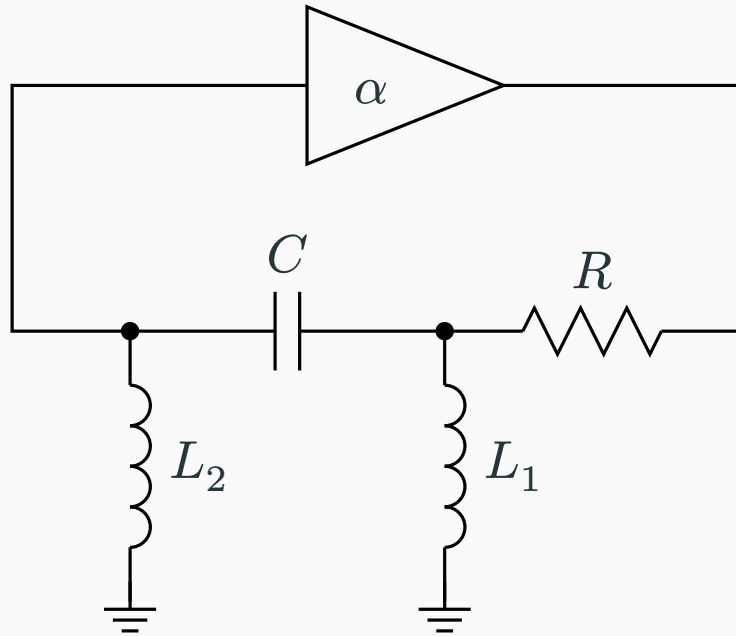
Solução:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(100 \text{ nF})(400 \text{ nF})}{100 \text{ nF} + 400 \text{ nF}} = 80 \text{ nF},$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \text{ mH})(80 \text{ nF})}} = 5.63 \text{ kHz},$$

$$\alpha = -\frac{C_2}{C_1} = -\frac{400 \text{ nF}}{100 \text{ nF}} = -4.$$

Oscilador de Hartley



Frequência de oscilação:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_T C}}, \quad L_T = L_1 + L_2.$$

Ganho do amplificador:

$$\alpha = -\frac{L_1}{L_2}.$$

A análise é similar ao oscilador de Colpitts.

Referências

Referências

- [1] A. P. Malvino and D. J. Bates, *Electronic Principles*, 7th ed. McGraw-Hill, 2006.
- [2] A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronic Circuits*, 6th ed. Oxford University Press, 2010.